



HAL
open science

Commande non linéaire d'un centreur magnétique par inversion numérique de modèle de comportement

Stéphane Bonnet, Jérôme de Miras, Boris Vidolov

► **To cite this version:**

Stéphane Bonnet, Jérôme de Miras, Boris Vidolov. Commande non linéaire d'un centreur magnétique par inversion numérique de modèle de comportement. 7ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2012), Jul 2012, Grenoble, France. pp.419-424. hal-00683235

HAL Id: hal-00683235

<https://hal.science/hal-00683235>

Submitted on 28 Mar 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Commande non linéaire d'un centreur magnétique par inversion numérique de modèle de comportement

Stéphane Bonnet * Jérôme De Miras * Boris Vidolov *

* *Laboratoire HeuDiaSyC UMR CNRS 7253, Université de Technologie de Compiègne, BP 20529, 60205 Compiègne, France (e-mail : bonnetst, demiras, bvidolov@hds.utc.fr).*

Résumé : On s'intéresse ici à la stabilisation dans un plan d'une broche suspendue magnétiquement au moyen d'une approche discrète non linéaire. La commande proposée est basée sur l'exploitation en ligne d'une table de prédictions à un horizon d'un pas obtenue par simulation hors ligne du modèle continu d'un axe de palier magnétique actif. Au moyen de cette table, on obtient une commande visant à minimiser approximativement l'écart entre les sorties d'un système linéaire de référence et du système réel, ce qui le conduit à adopter un comportement linéaire défini a priori. Puisqu'on se limite à un horizon de un pas, le temps d'exécution de l'algorithme en ligne est totalement déterminé, ce qui en autorise l'implantation pour le pilotage d'un système électromécanique rapide. Des résultats expérimentaux obtenus sur une broche à paliers magnétiques de laboratoire montrent à la fois les performances et la robustesse de l'approche proposée. *

* Version finale acceptée pour la Septième Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2012, 4-6 juillet 2012, Grenoble

Mots-clés: Palier magnétique, commande non linéaire, commande en temps discret, inversion de modèle

1. INTRODUCTION

Les systèmes à lévitation magnétique suscitent un intérêt croissant tant académique qu'industriel depuis de nombreuses années et leurs applications sont nombreuses et bien maîtrisées. Celles qui reçoivent le plus de publicité sont certainement les trains à lévitation magnétique. Toutefois, c'est dans des applications industrielles moins spectaculaires qu'on trouve le plus d'exemples d'utilisation de cette technologie. En particulier on peut sustenter un rotor par des électroaimants, dans des équipements rotatifs à vitesse élevée très divers tels que des turbines, des machines outils, des pompes à vide ou des compresseurs, ou encore des dispositifs de stockage d'énergie par volants d'inertie, le tout dans des domaines allant de l'aérospatial au biomédical (Chiba et al. (2005)). Ces supports de rotors, appelés paliers magnétiques, ont de nombreux avantages comparés aux paliers classiques : puisqu'ils sont sans contact, les frottements sont faibles et prévisibles, ils peuvent fonctionner à des vitesses de rotation virtuellement illimitées et l'élimination du besoin de lubrification autorise leur emploi dans des environnements qui excluent toute contamination ou qui, comme le vide, empêchent une lubrification efficace.

L'extension du théorème d'EARNSHAW aux forces magnétiques montre qu'il est impossible de concevoir des systèmes maintenus en position statique par le simple usage d'aimants ferromagnétiques permanents. Des solutions passives reposant sur des matériaux diamagnétiques, en particulier supraconducteurs, sont étudiées (Moser et al.

(2001)), mais restent relativement peu exploitées. C'est pourquoi la plupart des applications emploient des paliers magnétiques actifs (PMA) qui mettent en jeu des électroaimants pour stabiliser le rotor et qui nécessitent des systèmes de contrôle actifs pour fonctionner (Schweitzer et al. (1994)). Le principe de fonctionnement d'un PMA est simple (Fig. 1). Chaque axe de contrôle est constitué de deux électroaimants et d'un capteur de position qui mesure le déplacement du rotor. Les électroaimants génèrent chacun une force proportionnelle au carré du courant qui les traverse et inversement proportionnelle au carré de la distance d'entrefer séparant l'arbre du stator. En modulant ces forces, il est possible de positionner l'arbre le long de l'axe de contrôle. La combinaison de deux axes perpendiculaires forme un centreur capable de maintenir l'arbre en position selon deux degrés de liberté. La nature des forces mises en jeu introduit des non linéarités importantes dans le modèle d'un axe. De plus, les PMA étant des dispositifs électromagnétiques rapides, ils imposent d'importantes contraintes de temps de calcul lors de l'implémentation de schémas de commande. C'est pourquoi leur pilotage s'est d'abord focalisé sur des techniques de commande linéaires classiques, telles que l'utilisation de contrôleurs de type PID ou par placement de pôles (Grega and Pilat (2005)), ou plus modernes, telles que la commande \mathbf{H}_∞ (Fujita et al. (1990)), la μ -synthèse (Nonami and Yamaguchi (1994)), ou la commande optimale LQ (Grega and Pilat (2005)). Toutefois, profitant de la puissance toujours croissante des calculateurs ainsi que des développements théoriques récents, la commande non-linéaire a gagné en

popularité. En effet, en permettant la prise en compte d'éléments négligés par la commande linéaire, elle peut apporter un gain important de précision et d'efficacité dans l'action des contrôleurs. Une des approches les plus utilisées est le retour linéarisant associé à des techniques de commande robuste (Chen and Knospe (2005)), mais d'autres techniques telles que les modes glissants (Cho et al. (1993); Charara et al. (1996)), ou la linéarisation entrée-sortie (Charara et al. (1996)), la programmation dynamique discrète (Steffani et al. (1998)), la commande floue (Vidolov et al. (1996)) ou la commande à horizon fini en temps continu (Huang et al. (2007)) ont été employées.

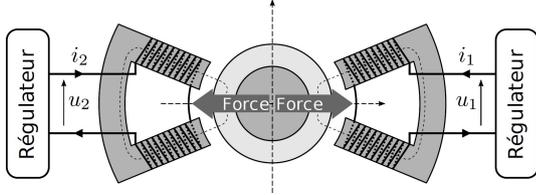


FIGURE 1. Un axe de palier magnétique actif

Nous proposons ici une loi de commande non linéaire, en temps discret, appliquée au pilotage en courant de chaque axe d'un centreur, où les couplages sont considérés comme des perturbations externes. Notre approche se compose d'une heuristique qui au moyen d'une prédiction du comportement du système sur un seul pas, fournit un signal d'entrée pour le système visant à faire adopter à ses sorties le comportement dynamique d'un système linéaire dont l'état est utilisé comme référence. L'utilisation d'un seul pas de prédiction se fait au détriment de propriétés désirables des algorithmes de commande prédictive classiques, en particulier la prise en compte de contraintes explicites sur les entrées et les états (Goodwin et al. (2005)). Toutefois, l'algorithme doit rester robuste à la fois vis-à-vis des perturbations extérieures et des erreurs de prédiction dues aux imperfections du modèle. Tout d'abord, le modèle de prédiction utilisé est présenté, suivi de la description de l'heuristique implémentée sur le dispositif expérimental. Enfin, les résultats obtenus sur une broche à palier magnétiques de laboratoire montrent la robustesse de l'approche.

2. MODÈLE DU CENTREUR

Puisque tous les axes sont similaires et que nous ignorons les couplages, il est uniquement nécessaire de modéliser un axe simple afin de pouvoir construire le contrôleur. Par exemple, considérons l'axe y (Fig. 2). La commande d'un axe peut se faire soit en pilotant les courants dans les bobines i_{yp} et i_{ym} , soit en agissant sur les tensions d'excitation appliquées à leurs bornes E_{yp} et E_{ym} . Dans notre cas, la plate-forme expérimentale est configurée pour n'accepter en entrée qu'une commande en courant, ce qui fait d'un axe un système dynamique du second ordre. Néanmoins, l'algorithme est aussi applicable au pilotage des tensions d'excitation, comme des simulations le montrent dans Bonnet et al. (2005).

Le modèle utilisé pour la synthèse de commande n'a pas besoin d'être d'une grande précision : les erreurs de modélisation sont traitées comme des perturbations extérieures. Toutefois, si elles sont connues, il est tout de même judicieux d'y incorporer les perturbations constantes telles que

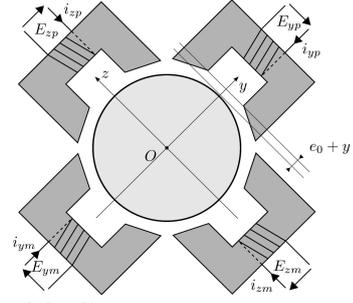


FIGURE 2. Modèle d'un centreur

la gravité. En ne s'intéressant qu'à l'axe y , l'accélération radiale du rotor peut s'écrire :

$$m\ddot{y} = F_{yp} + F_{ym} + F_p. \quad (1)$$

où F_{yp} et F_{ym} sont les forces magnétiques engendrées par les bobines et F_p une force de perturbation additive constante telle que la gravité. Si on néglige les effets dus à la saturation magnétique et à l'hystérésis, on a :

$$F_{yp} = \frac{\lambda_1 i_{yp}^2}{2(e_0 - y)^2} \text{ et } F_{ym} = -\frac{\lambda_2 i_{ym}^2}{2(e_0 + y)^2}, \quad (2)$$

où e_0 est l'entrefer nominal entre les bobines et le rotor. Les paramètres λ_1 et λ_2 dépendent de la géométrie des électroaimants et de l'arbre. Puisque ici chaque axe est constitué de deux actionneurs symétriques, on les considérera égaux au paramètre unique λ_y . En combinant les équations (1) et (2), on obtient un modèle non linéarisable pour le point où l'arbre est à l'origine et le courant nul (Charara et al. (1996)). En introduisant un courant de prémagnétisation I_0 constant dans les bobines, on peut se ramener à un modèle linéaire adapté à l'application de la théorie du contrôle linéaire : en créant un flux magnétique constant dans les deux actionneurs, on élimine le temps de création du flux et une réponse quasiment linéaire obtenue en faisant varier les courants d'entrée autour de cette valeur pour des petits déplacements de l'arbre. Utiliser un courant de prémagnétisation comporte toutefois un défaut majeur : les deux bobines sont toujours actives, ce qui entraîne une consommation d'énergie accrue. Il est donc plus efficace de faire fonctionner un PMA en mode non linéaire, ou seul un actionneur est actif à tout instant. Dans ce mode de fonctionnement, les courants i_{yp} et i_{ym} sont mutuellement exclusifs et peuvent s'exprimer en fonction d'un courant de commande virtuel unique i_y :

$$i_{ym} = \begin{cases} -i_y & \text{si } i_y < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \text{ et } i_{yp} = \begin{cases} i_y & \text{si } i_y > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3)$$

L'équation (3) implique qu'à tout instant, soit F_{yp} , soit F_{ym} est nulle. En utilisant l'équation (2) on obtient :

$$F_{yp} + F_{ym} = \frac{\lambda_y \text{sign}(i_y) i_y^2}{2(e_0 - \text{sign}(i_y) y)^2}, \quad (4)$$

ce qui permet d'obtenir le modèle utilisé pour la synthèse de commande en remplaçant dans l'équation (1).

Dans ce mode de fonctionnement, on a une discontinuité de modèle lors d'une commutation d'actionneur avec un rotor non centré puisqu'on passe d'une valeur d'entrefer $e_0 - y^2$ à $e_0 + y^2$ ou l'inverse. Cette non linéarité peut être compensée si elle est prise en compte dans la construction de la commande ce qui est le cas de l'algorithme décrit ci-après à travers la construction de la table de comportement par simulation numérique.

3. ALGORITHME DE COMMANDE

3.1 Principe général

L'idée principale sur laquelle repose la stratégie de commande discrète proposée est de construire un modèle numérique de prédiction du système à piloter sur un horizon d'un pas et d'utiliser directement cette connaissance de son comportement dynamique futur pour calculer une entrée de commande qui ferait suivre à ses sorties une dynamique linéaire fixée a priori. Le modèle de prédiction est obtenu par intégration numérique hors-ligne d'un modèle continu du système physique, pour toute condition initiale d'un sous-espace borné discret de son espace d'état et pour toute entrée d'un sous ensemble borné discret de l'espace des entrées admissibles. On obtient ainsi une fonction qui est une approximation de la discrétisation par échantillonnage-blocage sur un pas de temps du modèle d'état continu.

L'algorithme de contrôle en ligne a pour fonction de déterminer à chaque pas au moyen de cette fonction de prédiction l'entrée de commande la plus appropriée à appliquer au système réel. En partant de l'état courant, qui est supposé connu, les sorties, leurs dérivées ainsi que l'état sont prédits pour chaque entrée discrète admissible. Parallèlement, l'état d'un système linéaire stable de dimension appropriée est calculée : il s'agit de l'objectif de sortie pour le pas suivant. L'entrée de commande retenue est celle qui minimise la distance euclidienne entre les sorties prédites du système et l'état du système de référence. L'avantage essentiel de cet algorithme est qu'il ne requiert pas d'optimisation en ligne coûteuse : la minimisation de distance est en effet réalisée de manière approximative en un temps borné a priori et fonction du nombre d'entrées différentes à examiner. Toutefois, en se limitant à un horizon de un pas, on ne peut plus prendre en compte les contraintes sur les entrées, l'état et les sorties de manière explicite, comme c'est le cas dans les schémas usuels de commande à horizon glissant : on fait ici l'hypothèse que la dynamique du système de référence est compatible avec celle du système piloté en fonction de ces contraintes.

3.2 Fonction de prédiction

Considérons un système dynamique invariant dans le temps représenté comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \end{cases} \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^p. \quad (5)$$

On peut introduire le vecteur noté \mathbf{v} :

$$\mathbf{v}(t) = [\mathbf{x}(t) \ \mathbf{y}(t)]^T \in \mathbb{R}^{n+p}, \quad (6)$$

et les deux matrices \mathbf{P}_x et \mathbf{P}_y telles que :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}(t) \text{ et } \mathbf{y}(t) = \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}(t). \quad (7)$$

On veut obtenir une fonction de prédiction *pr* qui, étant donné un état initial $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(k \cdot \Delta t)$ et un vecteur d'entrée $\mathbf{u}_k = \mathbf{u}(k \cdot \Delta t)$, donne une prédiction du vecteur d'état et de sorties $\hat{\mathbf{v}}_{k+1}^- = \hat{\mathbf{v}}(k \cdot \Delta t + \Delta t)^-$, où Δt est la période d'échantillonnage du contrôleur et k un entier positif :

$$\hat{\mathbf{v}}_{k+1}^- = pr(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k). \quad (8)$$

Afin de construire cette fonction, on construit une discrétisation spatiale régulière \mathcal{T} sur un sous-ensemble \mathcal{P} de

$\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$. $\mathcal{P} = [\mathbf{x}_{min} \ \mathbf{x}_{max}] \times [\mathbf{u}_{min} \ \mathbf{u}_{max}]$ limite de manière arbitraire les intervalles d'entrées et d'état sur lesquels la fonction de prédiction est définie. Pour chaque élément de la grille \mathcal{T} , le système dynamique décrit par l'équation (5) est intégré numériquement sur un intervalle de temps Δt au moyen d'outils de simulation tels que Simulink. La solution \mathbf{v} est alors stockée dans une table. Une fois le calcul terminé, on dispose d'une fonction discrète de prédiction. En utilisant une interpolation barycentrique, on peut enfin obtenir une approximation de *pr* pour tout point de \mathcal{P} . Même si ce type d'interpolateur linéaire conduit à des erreurs dépendant du carré de l'espacement de la grille, son avantage est sa faible complexité en calcul, ce qui justifie son choix par rapport à des techniques plus précises mais moins efficaces comme l'interpolation par splines d'ordre supérieur à 1.

3.3 Algorithme de contrôle en ligne

Pour ne pas alourdir l'explication, nous considérerons l'algorithme d'un point de vue théorique en faisant deux hypothèses simplificatrices : d'une part, nous supposons que le temps de calcul de la commande à chaque pas est négligeable, d'autre part que l'estimation de l'état et le calcul des dérivées des sorties n'introduisent aucun retard. Ces deux hypothèses impliquent que la valeur de la commande pour un pas donné peut être calculée et appliquée au système physique immédiatement, ce n'est en général valide que pour les systèmes lents vis-à-vis de la fréquence de mise à jour de la commande. L'algorithme de contrôle peut se diviser en cinq étapes distinctes :

- estimation de l'erreur de prédiction,
- calcul de l'objectif de sortie,
- prédiction des sorties pour toute entrée admissible,
- calcul de l'entrée de commande,
- prédiction de l'état et des sorties suivants pour cette valeur de commande.

On suppose qu'à l'instant k , une estimation $\hat{\mathbf{v}}_k$ de l'état et des dérivées des sorties est disponible, obtenue au moyen d'un reconstruteur ou d'un estimateur d'état. Le système linéaire de référence doit avoir une dynamique du même ordre que la dynamique de sortie du système. L'ordre maximal des dérivées à estimer doit correspondre à la dimension de l'état de ce système linéaire. On suppose aussi qu'une prédiction $\hat{\mathbf{v}}_k^-$ a été calculée au pas précédent : il s'agit d'une représentation de ce que l'état et les sorties du système devraient être en partant d'un état initial \mathbf{v}_{k-1} après l'application de la valeur de commande \mathbf{u}_{k-1} calculée au début du pas précédent pendant toute sa durée. Les erreurs de modélisation commises dans l'équation (5) et les erreurs d'interpolation dues à l'approximation linéaire du prédicteur (eq. 5) rendent la prédiction intrinsèquement inexacte. Elle doit donc être corrigée à chaque pas. Une estimation de l'erreur de prédiction commise sur un pas est :

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{k-1} + \alpha(\hat{\mathbf{v}}_k^- - \hat{\mathbf{v}}_k), \quad (9)$$

où α est un coefficient de pondération dans l'intervalle $]0, 1]$. On fait ici l'hypothèse que l'erreur commise au pas k sera proche de celle commise au pas précédent pour un déplacement du vecteur d'état suffisamment petit. La somme pondérée (eq. 9) introduit toutefois un filtrage du signal d'erreur pour les hautes fréquences. En effet, les prédictions utilisées pour le calcul de l'entrée le sont après

correction, ce qui rend la valeur de l'entrée dépendante de cette erreur. Une trop grande variation de l'erreur entre deux pas peut donc conduire à l'injection de bruit dans la commande. Afin de limiter ce problème, on choisit $\alpha < 1$, ce qui équivaut à faire de l'équation (eq. 9) un filtre passe-bas numérique du signal d'erreur. Une fois le système proche de la consigne, la source essentielle d'erreur vient des perturbations extérieures. Si elles sont constantes ou lentement variables dans le temps, alors le signal d'erreur convergera vers une valeur de compensation constante, permettant au contrôleur de rejeter les erreurs statiques. Du choix de α dépend aussi la dynamique de rejet des perturbations : plus il est petit, et plus cette dynamique sera lente. L'objectif de sortie au pas $k + 1$, noté $\mathbf{y}_{k+1}^* \in \mathbb{R}^m$, est calculé au moyen d'un système de référence linéaire stable de la forme

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{z}, \quad \mathbf{z} = \hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}_c, \quad \mathbf{A} \in \mathcal{M}^{p \times p}, \quad (10)$$

où \mathbf{y}_c est le signal de consigne extérieur. La discrétisation de l'équation (10) permet d'obtenir

$$\mathbf{z}_{k+1} = e^{\mathbf{A} \cdot \Delta t} \cdot \mathbf{z}_k \quad (11)$$

et enfin

$$\mathbf{y}_{k+1}^* = e^{\mathbf{A} \cdot \Delta t} (\mathbf{P}_y \cdot \hat{\mathbf{v}}_k - \mathbf{y}_c) + \mathbf{y}_c. \quad (12)$$

Puisque le signal de consigne agit comme une entrée du système de référence, celui-ci agit comme un filtre passe-bas. La capacité de poursuite du contrôleur est donc limitée par sa fréquence de coupure et non par les performances du système réel. L'étape suivante est de sélectionner parmi toutes les valeurs d'entrées admissibles $\mathbf{u}_k \in \mathcal{U} = [\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u}_{max}]$ celle qui minimise la distance euclidienne entre \mathbf{y}_{k+1}^* et $\hat{\mathbf{y}}_{k+1}^-$. En d'autres termes, il faut résoudre le problème de minimisation sous contraintes suivant :

$$\mathbf{u}_k = \arg \min_{\mathbf{u}_k \in \mathcal{U}} \|\hat{\mathbf{y}}_{k+1}^- - \mathbf{y}_{k+1}^*\|_2, \quad (13)$$

où

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1}^- = \mathbf{P}_y (pr(\mathbf{P}_x \cdot \hat{\mathbf{v}}_k, \mathbf{u}_k) - \varepsilon_k). \quad (14)$$

Afin de limiter la complexité algorithmique de cette étape, une approximation linéaire par morceaux de la norme $\|\hat{\mathbf{y}}_{k+1}^- - \mathbf{y}_{k+1}^*\|_2$ est utilisée. La recherche de la valeur d'entrée \mathbf{u}_k se fait par projection orthogonale du vecteur objectif \mathbf{y}_{k+1}^* sur chacun des segments formant cette approximation. Si la projection est sur le segment traité, alors la valeur de l'entrée est calculée par interpolation linéaire sur ce segment, sinon on traite le segment suivant. On suppose ici que le minimum est unique sur l'approximation linéaire, ce qui est en général le cas sur les systèmes dynamiques déterministes à une seule entrée.

La dernière opération est de calculer la prédiction de l'état et des sorties pour le pas suivant en fonction de la valeur de commande qui vient d'être obtenue. Cette prédiction pourra alors être utilisée dans l'étape de correction d'erreur du pas suivant :

$$\hat{\mathbf{v}}_{k+1}^- = pr(\mathbf{P}_x \cdot \hat{\mathbf{v}}_k, \mathbf{u}_k) - \varepsilon_k. \quad (15)$$

L'implémentation directe de cet algorithme dans le cadre du pilotage d'une suspension magnétique ne donne toutefois pas les résultats attendus. En effet, dans le cas de systèmes rapides, les deux hypothèses simplificatrices précisées plus haut ne sont en général pas vérifiées. De plus, dans notre cas il n'y a pas de mesure directe de la vitesse linéaire du rotor, qui doit être estimée au moyen des seules mesures de position, ce qui introduit des retards dans la commande.

C'est pourquoi il est indispensable d'adapter l'algorithme général pour pouvoir l'appliquer à un système réel, comme le montre la section suivante.

3.4 Implémentation temps-réel

Afin de construire une implémentation valide de l'algorithme précédent, deux problèmes doivent être traités :

- Seules les positions sont mesurées
- La valeur de commande calculée à l'instant k n'est appliquée qu'à l'instant $k + 1$

La première étape est de calculer une estimation de l'état du système à l'instant k . Notons \mathbf{v} l'état du rotor pour l'axe y . On obtient de l'équation (4) $\mathbf{v}_k = (y_k, \dot{y}_k)^T$ où y_k est la mesure de position du rotor à l'instant k . On peut calculer une approximation de la vitesse linéaire du rotor \dot{y} au moyen de sa position par la différence centrée suivante :

$$\dot{y}_{k-1} \simeq \frac{y_k - y_{k-2}}{2\Delta t}. \quad (16)$$

L'intérêt d'utiliser une différence centrée plutôt qu'une différence à gauche est d'obtenir un retard de l'estimation de vitesse le plus proche possible d'une période Δt complète. On pourrait utiliser une différence à gauche, mais dans ce cas le retard serait plus proche d'une demi-période, ce qui serait problématique pour le prédicteur à un pas. Supposons que l'algorithme s'exécute à l'instant k . Les calculs se déroulent comme suit

- construire \mathbf{v}_{k-1} à partir de l'équation (16) et de y_{k-1} ,
- calculer l'erreur :

$$\varepsilon_{k-1} = \varepsilon_{k-2} + \alpha(\hat{\mathbf{v}}_{k-1}^- - \mathbf{v}_{k-1})$$

- calculer l'estimation de l'état courant :

$$\hat{\mathbf{v}}_k = pr(\mathbf{v}_{k-1}, (i_x)_{k-1}) - \varepsilon_{k-1}.$$

En se basant sur cette estimation, on peut calculer la valeur de l'entrée $(i_y)_{k+1}$. Néanmoins, pour ce faire il faut connaître aussi $\hat{\mathbf{v}}_{k+1}$, qui peut être obtenu au moyen d'une seconde étape de prédiction :

$$\hat{\mathbf{v}}_{k+1} = pr(\hat{\mathbf{v}}_k, (i_x)_k). \quad (17)$$

Le calcul de la commande est alors poursuivi comme décrit à la fin de la section 3.3.

4. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Le banc expérimental (Fig. 3) est construit autour d'une broche à PMA de laboratoire fournie par MECOS-TRAXLER AG, modèle miniVS. Il se compose d'une suspension magnétique comprenant un rotor et un stator, d'un PC industriel de type Pentium IV sur lequel fonctionne l'exécutif temps réel xPC Target de The MathWorks, relié à un second PC de bureau sous MATLAB/Simulink par un réseau Ethernet, d'une interface de contrôle de l'électronique de puissance, d'une interface de conditionnement de signaux et d'une alimentation. La suspension magnétique est constituée d'un arbre rotatif autour de l'axe x , entraîné par un moteur électrique, et de cinq paliers magnétiques qui contrôlent la position de l'arbre selon les axes x , $y_{1,2}$ et $z_{1,2}$. Ces paliers sont commandés en courant au travers d'une carte de conversion numérique/analogique de National Instruments qui pilote l'électronique de puissance. Ils sont munis de transducteurs magnétiques chargés de mesurer la position de l'arbre, ainsi que de capteurs de courant. L'acquisition des mesures capteur sont faites par le PC industriel au travers d'une

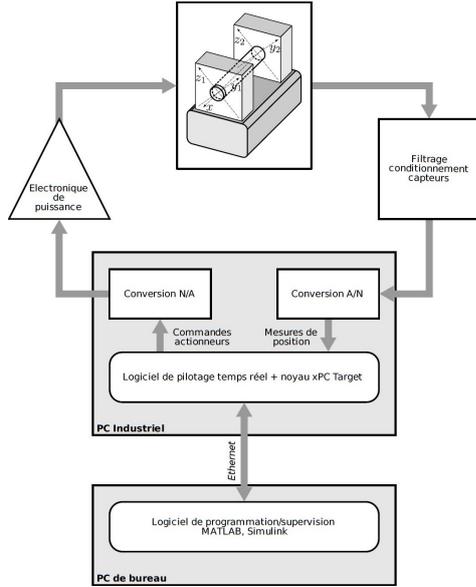


FIGURE 3. Dispositif expérimental

carte de conversion analogique/numérique provenant aussi de National Instruments. La précision des transducteurs magnétiques est limitée à $1 \mu\text{m}$ par la chaîne d'acquisition. L'implémentation temps-réel de la loi de commande est simplifiée par l'usage du système de prototypage rapide xPC Target de The Mathworks : le contrôleur est décrit sur le PC de bureau sous la forme d'un modèle Simulink basé sur des blocs standards quand c'est possible et des blocs fonctionnels spécifiques, développés en C, pour les parties de prédiction et de calcul de l'entrée de l'algorithme. En effet, puisque ces deux parties forment le cœur de l'algorithme il est intéressant de les optimiser. Après une étape de génération de code et de compilation, l'application obtenue est chargée sur le PC industriel et exécutée avec un temps de cycle de $700 \mu\text{s}$. Cette période est choisie par le concepteur et dans le cas présent imposée par la fréquence maximale atteignable avant saturation de la cible sur un pic de charge ¹. La table 1 résume les paramètres du banc expérimental.

Quelques détails d'implémentation doivent être pris en compte pour obtenir un contrôleur fonctionnel. Le problème principal est l'absence de mesure des vitesses de translation de l'arbre, qui peut être traité au moyen d'une différence centrée comme expliqué précédemment. Toutefois, l'introduction d'étapes de prédiction supplémentaire, ainsi que l'erreur d'estimation des vitesses ont tendance à introduire un bruit dans l'erreur de prédiction qui peut conduire à des instabilités. On peut atténuer ce bruit en choisissant un coefficient de pondération α suffisamment petit. Ici on choisit $\alpha = 0,25$.

5. RÉSULTATS

Les essais que nous avons réalisés consistent à faire suivre une trajectoire au centre de gravité du rotor. Chaque axe est piloté par la même implémentation du contrôleur présenté en section 3. En particulier, cette implémentation

1. les mesures présentées ont été faites avec Matlab 2009b; la dernière version de Matlab essayée récemment permet une réduction de cette période d'un facteur dix mais ces nouveaux tests n'ont pas pu être pris en compte pour ce document.

TABLE 1. Paramètres du PMA

Paramètre	Valeur	Description
m	3,097 kg	Masse du rotor
e_0	$0,410^{-3}$ m	Entrefer nominal
$\lambda_{\{y,z\}}$	$1,210^{-6}$ mH · m	λ des axes y et z
I_{max}	6 A	Courant maximal
V_{max}	50 V	Tension maximale
F_p	$m \times \sqrt{2}/2 \times 9,81$ N	Gravité sur y et z

ne fait pas d'hypothèse sur la présence de perturbations dues à la gravité. Le système de référence est modélisé par une fonction de transfert canonique du second ordre, avec une pulsation propre $\omega_0 = 200$ Hz et un coefficient d'amortissement $\zeta = 1,1$.

Le premier essai consiste à faire suivre à l'axe z un signal carré d'amplitude $e_0/4$ autour de l'origine et de fréquence 5 Hz. La figure 4 montre la réponse indicielle (courbe pleine) du système lors d'échelons de consigne (courbe pointillée). On remarque que même si la gravité n'a pas été prise en compte lors de la construction du modèle de prédiction, la position atteint la consigne sans erreur statique, illustrant ainsi la robustesse de l'approche à certaines perturbations extérieures. De plus, on constate qu'il n'y a pas de dépassement, ce qui est attendu puisque le système de référence interne est amorti : le rotor en adopte effectivement la dynamique.

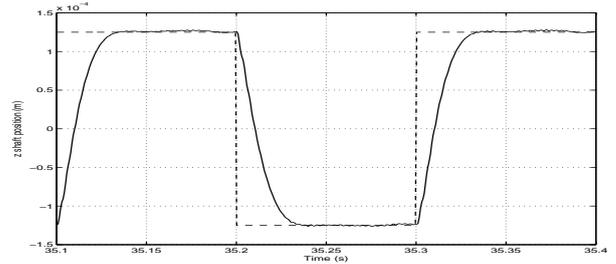


FIGURE 4. Référence carrée à 5 Hz – axe z

Le second essai vise à obtenir du rotor qu'il suive un cercle dans le plan, en appliquant sur les axes y et z deux signaux de consigne sinusoïdaux en quadrature de phase, à une fréquence de 2 Hz. La figure 5 montre la trajectoire du rotor sur l'axe z (courbe pleine) ainsi que la trajectoire de consigne (courbe en pointillés), la figure 6 la trajectoire circulaire du rotor dans le plan $y-z$. On peut aussi observer la trajectoire initiale, après mise en route, converger vers le cercle de référence. On constate un léger déphasage entre la position z et sa référence. Afin d'exacerber ce phénomène, une autre expérimentation avec une trajectoire de consigne sinusoïdale à une fréquence de 10 Hz a été réalisée. La figure 7 présente trois courbes différentes : la première est la position du rotor (courbe pleine), la seconde la consigne (courbe pointillée) et la troisième (courbe point-trait) la trajectoire du système linéaire de référence interne. On peut noter qu'alors que le système suit de manière tout à fait satisfaisante le système de référence interne, il y a une erreur de phase et d'amplitude conséquente avec le signal de consigne. Ce phénomène s'explique par le fait que la consigne est en fait utilisée par l'algorithme comme entrée du système de référence, qui agit alors comme un filtre passe-bas. Une solution pour répondre à ce problème est alors simplement d'augmenter sa fréquence de coupure. Néanmoins, on se heurte rapidement aux limitations dynamiques du

système réel, qui s'il n'est plus capable de rejoindre et de suivre la référence interne, peut devenir instable. On note aussi qu'il y a un retard entre la référence interne et le système réel : en effet, la référence calculée à l'étape k est celle qui s'applique à l'étape $k + 2$, en raison des trois prédictions successives nécessaires au calcul de la valeur de l'entrée de commande : ce retard est exactement de 1,4 ms. Ce décalage temporel est habituel dans toute commande échantillonnée bloquée dont la valeur de commande est appliquée à la fin de la période d'échantillonnage.

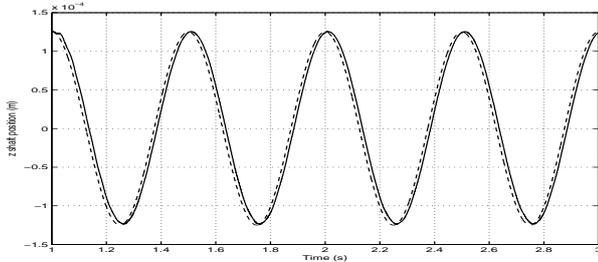


FIGURE 5. Référence sinusoïdale à 2 Hz – axe z

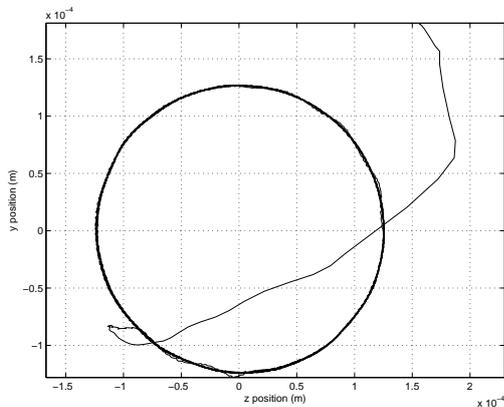


FIGURE 6. Références sinusoïdale en quadrature de phase – plan $y-z$

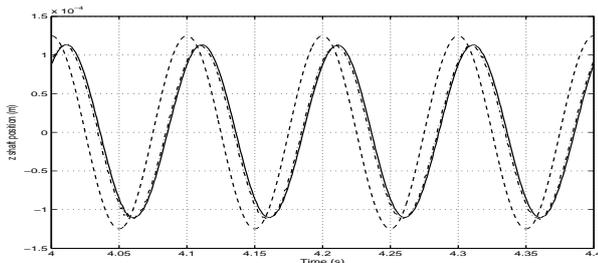


FIGURE 7. Suivi de référence sinusoïdale à 10 Hz – axe z

6. CONCLUSION

Une approche de commande discrète non linéaire adaptée aux systèmes rapides a été présentée au travers d'expérimentations sur une broche à PMA. Puisque le comportement sans prémagnétisation d'un tel dispositif est fortement non linéaire et son pilotage efficace une tâche complexe, il s'agit d'une bonne illustration des propriétés de robustesse et des performances de l'algorithme proposé. Bien sûr, rien ne s'oppose à son application à d'autres systèmes. En particulier, le cas des systèmes à plusieurs entrées est étudié et appliqué aux avions à décollage vertical (PVTOL). Toutefois, il reste basé sur des heuristiques, ce qui signifie que ses propriétés de convergence ne sont

pas connues et doivent être étudiées. Il s'agit néanmoins d'un problème difficile comme dans toute approche non linéaire. D'autres voies d'investigations intéressantes seraient d'étudier l'effet du choix du système de référence (respect de contraintes sur l'état) et la robustesse aux variations paramétriques.

RÉFÉRENCES

- Bonnet, S., De Miras, J., and Vidolov, B. (2005). Nonlinear implicit control of a magnetic bearing without pre-magnetization. In *International Conference on Computational Intelligence, Control and Automation*, volume 2, 432–437. IEEE Computer Society, Vienna, Austria. doi : <http://doi.ieeecomputersociety.org/>.
- Charara, A., De Miras, J., and Caron, B. (1996). Non-linear control of a magnetic levitation system without premagnetization. 4(5), 513–523.
- Chen, M. and Knospe, C.R. (2005). Feedback linearization of active magnetic bearings : current-mode implementation. 10(6), 632–639.
- Chiba, A., Dorrell, D.G., Fukao, T., Ichikawa, O., Oshima, M., and Takemoto, M. (2005). *Magnetic Bearings and Bearingless Drives*. Elsevier Science Publishers, New York, NY, USA.
- Cho, D., Kato, Y., and Spilman, D. (1993). Sliding mode and classical controllers in magnetic levitation systems. 13(1), 42–48.
- Fujita, M., Matsumara, F., and Shimizu, M. (1990). \mathcal{H}_∞ robust control design for a magnetic suspension system. In *2nd Int. Symp. on Magnetic Bearings*, 349–356. Tokyo, Japan.
- Goodwin, G.C., Seron, M.M., and De Doná, J.A. (2005). *Constrained Control and Estimation – An Optimisation Approach*. Computer and Control Engineering. Springer-Verlag, London.
- Grega, W. and Pilat, A. (2005). Comparison of linear control methods for an AMB system. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 15(2), 245–255.
- Huang, J., Wang, L., and Huang, Y. (2007). Continuous time model predictive control for a magnetic bearing system. *Progress In Electromagnetics Research Symposium Online*, 3(2), 202–208.
- Moser, R., Sandtner, J., and Bleuler, H. (2001). Diamagnetic suspension system for small rotors. *Journal of Micromechatronics*, 1(2), 131–137.
- Nonami, K. and Yamaguchi, H. (1994). μ -synthesis of a flexible rotor magnetic bearing system. In *4th International Symposium on Magnetic Bearings*, 73–78. Zürich, Switzerland.
- Schweitzer, G., Bleuler, H., and Traxler, A. (1994). *Active Magnetic Bearings*. V.d.f. edition, Zürich, Switzerland.
- Steffani, H.F., Hofmann, W., and Cebulski, B. (1998). A controller for a magnetic bearing using the dynamic programming of Bellman. In *6th International Symposium on Magnetic Bearings*. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA.
- Vidolov, B., Melin, C., De Miras, J., and Charara, A. (1996). Two-rules-based fuzzy logic control and sliding mode control of an active magnetic bearing. In *FUZZ-IEEE'96*, volume 2, 1205–1209. New Orleans, LA, USA.