PENSER LES MATHÉMATIQUES À TRAVERS LEUR ÉPISTEMOLOGIE ET LEUR HISTOIRE : UN ENJEU DE/DANS LA FORMATION DES MAÎTRES

Marc MOYON[*]

Résumé – Notre contribution est centrée sur l'introduction de l'épistémologie et d'une perspective historique dans les formations initiale et continue des enseignants. Nous nous intéressons essentiellement à la genèse et au développement des mathématiques dans une culture donnée à une époque donnée ainsi qu'à l'élaboration du savoir mathématique tel que nous l'enseignons aujourd'hui. Nous montrons d'abord, à partir de notre expérience personnelle, comment l'enseignement des mathématiques peut intégrer à la fois sa propre histoire et celle de la discipline. Ensuite, en considérant les mathématiques comme activité humaine, notre enjeu est de reconnaître certaines des dimensions sociales et citoyennes de cette discipline.

Mots-clefs : Formation des maîtres, épistémologie, enseignement des mathématiques, savoir, culture

Abstract – Our paper deals with the introduction of epistemology and historical perspective in teacher training (both initial and in-service). We mainly focus on the genesis and development of mathematics in a given culture at a given time and on the elaboration of mathematical knowledge that we teach nowadays. First of all, we show, from our personal experience, how mathematics teaching can take into account both its own history and that of discipline. Then, by considering mathematics as human activity, our challenge is to recognize some of the social and civic features of this discipline.

Keywords: Teacher Training, Epistemology, Mathematics Education, knowledge, culture

> Ce que nous nous proposerons ici sera de mettre en évidence tout ce que l'enseignement scientifique perd à être uniquement dogmatique, à négliger le point de vue historique.
>
> En premier lieu il perd de l'intérêt. L'enseignement dogmatique est froid, statique, et aboutit à cette impression absolument fausse que la Science est une chose morte et définitive. […]
>
> Or pour contribuer à la culture générale et tirer de l'enseignement des sciences tout ce qu'il peut donner pour la formation de l'esprit, rien ne saurait remplacer l'histoire des efforts passés, rendue vivante par le contact avec la vie des grands savants et la lente évolution des idées. (Langevin 1933, p. 6)

Ainsi s'exprime Paul Langevin, professeur au Collège de France, lors de sa conférence à propos de l'enseignement scientifique intitulée « la valeur éducative de l'histoire des sciences » donnée au Musée Pédagogique en 1926. Même si le terme « dogmatique » doit être lu à travers le prisme de la désormais fameuse alternative héritée d'Auguste Comte (1930, pp. 77-83) : « dogmatique » *versus* « historique » (Bensaude-Vincent 2005, pp. 313-319), ces propos renvoient à des réflexions actuelles sur l'enseignement des sciences (tant expérimentales que mathématiques). Langevin est loin d'être pionnier. Tout au long du XIX[e] siècle, plusieurs intellectuels et autres hommes politiques ont l'occasion de montrer leur intérêt pour l'histoire des sciences. Ainsi, par exemple, en 1852, le ministre de l'Instruction Publique, Fortoul, introduit de l'histoire des sciences dans l'enseignement secondaire (Fauque 1989 ; Hulin 1984, pp. 17-19 ; Hulin 1996). Cet enseignement a subi de nombreuses réformes et la question de l'introduction d'une perspective historique a toujours largement été débattue tantôt pour la défendre tantôt pour la dénoncer.

Un autre problème se révèle alors de manière corrélative dès la seconde moitié du XIX[e] siècle : celui de la formation des enseignants en histoire des sciences. En 1869, le Ministre de l'Instruction Publique Duruy réussit à instaurer une épreuve d'admissibilité à l'agrégation sur

[*] FRED (francophonies, éducation, diversités), IUFM du Limousin & IREM de Limoges, Université de Limoges – France – marcmoyon@gmail.com.

© Moyon M. (2012) Penser les mathématiques à travers leur épistémologie et leur histoire : un enjeu de/dans la formation des maîtres. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT4, pp. 641–652). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

« une question de méthode et d'histoire des sciences » (Hulin 2001). Cette épreuve sera oubliée en 1873. La nécessité d'une formation en histoire des sciences dans le *curriculum* des futurs enseignants de sciences reste alors posée tout au long du XX^{e} siècle de manière marginale dans plusieurs recommandations personnelles de scientifiques de renom comme peut en témoigner, à nouveau, Langevin :

> Si [la] nécessité [d'introduire le point de vue historique dans l'enseignement des sciences] est évidente pour ceux qui feront la Science, elle est non moins grande pour les éducateurs, les initiateurs et plus grande encore pour le plus grand nombre, pour ceux qui devront se contenter de la culture acquise dans les années d'école. (Langevin 1933, p. 7)

Les instructions et autres documents officiels, quant à eux, ne font apparaître que très rarement cette formation comme impérative (Hulin 1984, pp. 21-22 ; Hulin 2001, pp. 403-405). La nécessité que rappelle Langevin est le cœur même de la présente contribution qui se limite d'une part aux mathématiques et à leur enseignement et d'autre part à la formation mathématique des enseignants. Je dois aussi d'ores et déjà préciser que cette contribution se place dans le cadre français de la réforme de la formation des maîtres lancée dès juillet 2008 par un communiqué de presse du conseil des ministres. Cette réforme prévoit le recrutement de tous les enseignants tant du premier degré (3-11 ans) que du second (11-18 ans) au niveau master. En conséquence, les programmes et les épreuves des concours sont profondément transformés. Ainsi, les masters spécifiques MEFE « Métiers de l'éducation, de la formation et de l'enseignement » sont alors mis en place dans les université françaises. Précisons que cette masterisation (généralement mise en œuvre à la rentrée 2010) voit s'exaucer un des vœux prononcés par la Section des Sciences du Congrès International des Sciences Historiques de Rome un siècle plus tôt (Lebon 1903, p. 590). L'épistémologie et l'histoire des disciplines – donc en particulier celles des mathématiques – doivent alors être intégrées aux programmes universitaires de tout étudiant préparant les concours de recrutement (CAPES, agrégation). Par exemple, dans le *Journal officiel* du 18 juillet 2010 définissant les compétences professionnelles à acquérir par les professeurs du système éducatif français (tant du premier que du second degré) pour l'exercice de leur métier, on peut lire au sein de la compétence « Maîtriser les disciplines et avoir une bonne culture générale » entre autres :

> Le professeur des lycées et collèges situe sa ou ses disciplines, à travers son histoire, ses enjeux épistémologiques, ses problèmes didactiques et les débats qui la traversent. (MEN 2010)

De nombreuses questions se posent alors. Parmi elles, quelle(s) formation(s) en histoire des mathématiques ? Et surtout pourquoi ? Je donne ici des éléments de réponses en montrant, à partir de mon expérience personnelle, comment la formation des maîtres peut prendre en compte les dimensions historiques des mathématiques et de leur enseignement. « Penser les mathématiques à travers leur épistémologie et leur histoire » doit autant être envisagé comme un moyen dans la formation des maîtres que comme un objectif de ladite formation. D'abord, je tenterai de montrer en quoi l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques est utile à l'enseignant et aux élèves. Ensuite, plutôt que de ne considérer que les « Hommes des mathématiques » comme il est habituel de le faire dans l'enseignement secondaire, je défendrai l'idée des « mathématiques des hommes », œuvre collective lentement façonnée au cours des siècles. Cette conception, présente dans de nombreux travaux mathématiques et explicitement formulée à la Renaissance par Peletier du Mans (m. 1582), amène alors l'historien à concevoir l'histoire des pratiques et des savoirs mathématiques comme une aventure humaine et sociale dans le contexte plus général de l'histoire des civilisations (Ehrhardt 2010). C'est en partie à ce prix (relativement modique) que l'enseignement des mathématiques se verra attribuer une certaine légitimité sociale.

I. L'INTRODUCTION D'UNE PERSPECTIVE HISTORIQUE : UNE AIDE POUR L'ENSEIGNANT DE MATHEMATIQUES ET SON ELEVE

L'histoire des mathématiques est une discipline à part entière qui a progressivement su gagner en autonomie par rapport aux laboratoires de mathématiques qui ont vu naître certaines des premières études de ce genre avec les départements de philosophie ou d'histoire. Aujourd'hui de nombreuses universités françaises délivrent le grade de docteur en épistémologie et histoire des mathématiques. En dehors des universités parisiennes, il y a, entre autres, celles de Lille, Nantes, Lyon ou encore Bordeaux. Comme toutes les disciplines, elle a ses objets, ses méthodes et ses difficultés propres. Il ne s'agit pas ici de décrire ces différents éléments mais plutôt de comprendre en quoi la connaissance de l'épistémologie et de l'histoire des mathématiques peut être essentielle pour l'enseignement de cette discipline scientifique. Pendant très longtemps, un des arguments les plus utilisés pour justifier cette idée a reposé sur un prétendu parallélisme, véhiculé comme une idée-reçue dans les milieux enseignants, entre la formation mathématique personnelle et l'évolution historique de la discipline. Le biologiste et philosophe allemand Haeckel (m. 1919) est à l'origine de ce courant en exprimant sa « loi de récapitulation », c'est-à-dire que l'histoire du développement individuel serait la récapitulation de l'histoire de l'espèce sur une courte période (Haeckel 1866). Ce courant de pensée est plus ou moins repris par plusieurs auteurs de la fin du XIX^{e} et de la première moitié du XX^{e} siècle comme Klein, Langevin, Bachelard ou encore Piaget lorsqu'il rédige, en 1950, son *Introduction à l'épistémologie génétique* (Raichvarg 1987). Je ne reviendrai pas ici sur cette conception et ses prolongements dans les recherches tant épistémologiques que didactiques (Furinghetti et Radford 2002, 2008).

Je vais plutôt détailler ci-après deux enjeux de l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques que ma propre expérience d'enseignant, d'animateur IREM et d'historien des mathématiques retient comme fondamentaux. Tous deux concourent à l'émergence de nouvelles représentations de la discipline enseignée (aussi bien chez les enseignants que chez les élèves). Alors même que toutes sortes d'innovations pédagogiques sont largement encouragées dans le système éducatif français et notamment dans les zones dites défavorisées, l'enseignement reste trop souvent exclusivement doctrinaire. En particulier, les mathématiques sont souvent érigées comme juxtaposition de définitions, de théorèmes et autres conventions plutôt que comme une activité humaine dynamique, enrichie de ses erreurs. L'introduction d'une perspective historique permet donc, d'abord, à l'enseignant de (re-)penser son enseignement

> dans la mesure où c'est la construction par celui qui enseigne de son propre rapport au savoir qu'il enseigne qui conditionne son enseignement. (Bkouche 1997)

Ensuite, elle représente une excellente occasion pour mettre en avant la cohérence des disciplines enseignées avec une évidente remise en cause de la frontière qui existe entre sciences et lettres. En effet, l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques illustre l'interdisciplinarité offerte, entre autres, par la naissance d'un nouveau champ disciplinaire, par l'interaction éventuelle entre différentes branches mathématiques dans un contexte historique donné.

1. L'histoire des sciences pour (re-)penser son enseignement

Il est indispensable que

> les enseignants connaissent [les] représentations (celles des Anciens et celles des enfants), soient capables de faire émerger celles de leurs élèves et qu'ils en tiennent compte dans la construction de la connaissance nouvelle. (Djebbar, Gohau et Rosmorduc 2006, p. 21)

Sans cela, ils sont démunis face aux premières et très nombreuses difficultés de l'enseignement, celles intrinsèquement liées aux mathématiques et non pas celles relatives à la manière dont les mathématiques sont enseignées. C'est en particulier dans ce contexte que l'introduction d'une perspective historique permet de mettre en évidence les obstacles épistémologiques pour mieux surmonter les obstacles didactiques (Brousseau 1989). Elle apporte une plus-value aux mathématiques réfléchies et construites (et donc enseignées) dans ce contexte : celle d'une meilleure connaissance de la genèse, du développement et de l'enrichissement mutuel des concepts mathématiques. Elle favorise donc l'abandon d'un enseignement rigide des mathématiques, discipline que l'histoire décrit en constante évolution. En ce sens, j'écarte naturellement de l'idée d'introduction d'une perspective historique la volonté d'un enseignant de narrer la science à partir d'anecdotes de type historique. Même si celles-ci peuvent avoir leur place dans l'enseignement, elles nécessitent une relative prudence car, le plus souvent, elles travestissent la notion de progrès et d'évolution des pratiques scientifiques (Maitte 2008, p. 76). Les réflexions de types historiques et épistémologiques apparaissent donc essentielles (sans relever pour autant de l'absolue nécessité) dans la manière de penser et d'élaborer une progression pédagogique.

L'algèbre et ses relations avec l'arithmétique et le calcul littéral dans le paysage éducatif français est, dans ce cadre, un bon exemple. Seule la lecture et l'étude historique et épistémologique du *Mukhtaṣar fī-l-ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala* [Abrégé sur le calcul par la restauration et la comparaison] d'al-Khwārizmī (Rashed 2007), considéré comme l'acte de naissance officiel de l'algèbre, m'a permis de penser différemment l'enseignement de l'algèbre dans les classes du collège malgré le nombre considérable de travaux didactiques sur le sujet. L'introduction de la lettre (comme inconnue ou comme paramètre) pour la résolution des équations ne doit pas être systématique comme dans de nombreux manuels mais très progressive. Je ne pourrai que conseiller, à l'instar des documents anciens, l'utilisation de nombres génériques et le recours à des mathématiques plus rhétoriques que symboliques. Une telle démarche permet aussi de mettre en place le calcul littéral, trop souvent mal vécu par les élèves du secondaire, autrement que comme un exercice scolaire supplémentaire mais en montrant qu'il participe à la « simplification » des mathématiques (Bkouche 1997, pp. 13-16). Il n'est néanmoins pas indispensable que les élèves lisent et comprennent un texte ancien, que ce soit le traité rédigé au IX^{e} siècle par al-Khwārizmī ou un autre ouvrage (Glaubitz 2008 ; 2011). Il me semble important, à ce stade, de différencier le rôle de la connaissance historique dans la conception d'un enseignement scientifique et l'intervention effective de l'histoire des sciences dans l'enseignement. L'introduction de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement ne doit, en aucun cas, être un supplément d'âme mais doit naturellement s'intégrer à l'enseignement, qu'elle apparaisse effectivement dans la classe ou non (Bkouche 2000, pp. 35-36).

Je ne saurai que trop insister ici sur la culture scientifique de l'enseignant, c'est-à-dire sur le rapport de l'enseignant au savoir qu'il enseigne et à son histoire, qui est déterminante. Je vais ici prendre deux exemples. Le premier concerne la dualité nombres et grandeurs. Si le professeur, et en particulier le professeur des écoles dont la formation initiale n'est pas nécessairement mathématique, n'a pas saisi les enjeux historique et épistémologique du passage de la grandeur au nombre, comment pourra-t-il mener une réflexion didactique sur cette dualité essentielle dès l'école élémentaire. Or, il apparaît que l'histoire des mathématiques est là un moyen sûr, en formation initiale ou continue (et notamment en animation pédagogique de circonscription), pour appréhender cette difficulté en privilégiant notamment la lecture et l'analyse de textes anciens comme les *Eléments* d'Euclide et le commentaire d'al-Khayyām, en particulier pour faire une étude du théorème des lignes proportionnelles dit « de Thalès » (Djebbar 2002). Le corpus géométrique médiéval est aussi

propice à la mise en évidence de la dualité grandeur/nombre et notamment avec une arithmétisation progressive des grandeurs (Moyon 2012a). Le deuxième exemple veut donner des éléments de réponse à une question pédagogique que tout enseignant se pose : qu'est-ce qu'une démonstration mathématique ? et plus généralement, qu'est-ce que « faire des mathématiques » ? Il s'avère alors très utile de montrer pour un même problème (resp. théorème) la résolution (resp. démonstration) proposée par plusieurs auteurs d'ères culturelles différentes. En plus de la formation purement mathématique, cet exercice pédagogique est une réflexion sur la nature d'un raisonnement mathématique en fonction de son contexte d'écriture. C'est là une manière de mener une véritable réflexion didactique sur ce qui peut être accepté ou non comme formulation pour un élève d'une classe donnée. L'exemple le plus élémentaire, dans ce cadre, est sans doute l'étude comparative de plusieurs démonstrations du théorème dit « de Pythagore » : celle des *Eléments* d'Euclide pour l'antiquité grecque (Euclide 1990, pp. 282-284), celle de Liu Hui dans le commentaire des *Neuf Chapitres* pour la tradition chinoise (Chemla et Shuchun 2004, pp. 674-681) et celles, par exemple, de Thābit ibn Qurra (m. 901) pour les pays d'Islam (Sayili 1960). Cet exercice permet aussi de sortir d'un européocentrisme trop souvent exacerbé dans la formation française.

Je ne peux m'empêcher de donner un dernier exemple qui illustre de manière significative la disposition avec laquelle l'histoire des mathématiques permet de réfléchir l'introduction de nouveaux objets, notions ou concepts mathématiques. Cette histoire est alors envisagée comme introduction heuristique permettant de mettre en lumière la genèse d'une notion à enseigner comme les nombres réels et complexes ou encore le calcul différentiel ou intégral pour les chapitres les plus classiques de l'enseignement secondaire. Un des thèmes essentiels de l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques est ainsi illustré : celui du *rapport dialectique entre la construction des concepts et la résolution des grands problèmes* (Ovaert et Reisz 1981, pp. 5-6). Je renvoie ici à plusieurs publications de la commission inter-IREM « Épistémologie et histoire des mathématiques » qui développent largement cet argument (IREM 1993, 1998).

Les quelques exemples donnés ci-dessus montrent qu'il est inévitable d'intégrer, de manière substantielle, les connaissances (de nature épistémologique et historique) du développement du savoir mathématique dans la didactique des mathématiques (Artigue 1991). Réciproquement, l'introduction de l'histoire des mathématiques doit aussi être interrogée en tant que pratique enseignante. À ce titre, il est souhaitable qu'elle se nourrisse des réflexions didactiques pertinentes pour son domaine d'action. Cette relation entre épistémologie et didactique mérite largement d'être questionnée, et en particulier dans au moment de reprendre l'architecture des différentes maquettes de Master.

2. Histoire des mathématiques et interdisciplinarité

La grande difficulté de la formation des enseignants du premier degré réside dans la pluridisciplinarité. Cette pluridisciplinarité intervient à deux niveaux distincts. D'une part, les étudiants français inscrits en Master MEFE proviennent de formations initiales fortement variées (langues vivantes, sciences de l'éducation, sciences du langages, histoire ou géographie, STAPS et, dans une moindre mesure, mathématiques ou physique-chimie). D'autre part, l'institution attend d'eux des compétences dans toutes les disciplines enseignées à l'école élémentaire. La formation n'a pas d'autre choix que de prendre en compte ces deux niveaux. Une des manières de répondre à cette exigence est une formation en épistémologie et histoire des mathématiques qui apporte, aux professeurs en formation, une double culture : d'abord une culture mathématique, au sens où elle permet de faire des mathématiques (avec une remise à niveau strictement nécessaire) ; ensuite une culture générale, puisqu'elle offre une opportunité de mettre en contexte la pratique et le savoir mathématiques. J'aimerais

m'arrêter ici sur un exemple. En répondant aux cahiers des charges de la « Main à la pâte », j'ai construit une introduction à la première transformation géométrique du plan enseignée au cours moyen 2e année (10-11 ans). Son objectif essentiel est de construire la notion de symétrie axiale et d'en établir les principales propriétés (Moyon 2009a). Mais, en choisissant une approche privilégiant l'observation, la démarche d'investigation et l'histoire des pratiques mathématiques, l'objet d'étude devient les *zelliges*, célèbres mosaïques de terres cuites émaillées des pays d'Islam. Toute la force de l'interdisciplinarité est alors révélée dans ce chapitre rédigé en direction des enseignants. En effet, il n'est pas seulement question de mathématiques ou bien d'histoire des mathématiques mais aussi de l'histoire culturelle et artistique des pays d'Islam. Plusieurs remarques sont aussi des prétextes pour aborder les relations géographiques et politiques entre le Maghreb et l'Europe et bien sûr la colonisation.

L'interdisciplinarité semble donc inhérente à la pratique scolaire de l'histoire des sciences, et celle des mathématiques en particulier. En effet, l'utilisation en classe de l'histoire des mathématiques – avec ou sans la lecture d'un texte ancien – nécessite de se situer dans le contexte scientifique, philosophique et culturel de la création ou de la rédaction des mathématiques étudiées. Il en est de même lorsque l'enseignant désire problématiser son enseignement autour, par exemple, de grands problèmes, de découvertes, de la naissance d'une discipline ou encore de la construction de concepts mathématiques. Un travail historique et une réflexion épistémologique sont alors indispensables. Ils ne peuvent être qu'encouragés par les formations initiale et continue des enseignants, seules capables de fournir l'ensemble de ces aspects. Ainsi, comme il semble indispensable d'introduire l'histoire des sciences dans les parcours de formation du premier degré, il apparaît nécessaire qu'un étudiant inscrit dans un cursus de mathématiques puisse profiter d'un enseignement en histoire des mathématiques, de la physique et de la chimie et réciproquement. Comment comprendre l'optique d'Ibn al-Haytham sans avoir une connaissance minimale de l'optique géométrique d'Euclide ? En outre, les stages de formation continue avec un public pluridisciplinaire (sciences exactes et expérimentales, philosophie, histoire, documentation) doivent être encouragés pour permettre aux enseignants de montrer comment leurs méthodologies et connaissances scientifiques, quoique différentes, sont complémentaires. Poser l'histoire des sciences au cœur des échanges entre des enseignants en formation peut permettre, entre autres, d'interroger les fondements, les problématiques et les pratiques des différentes disciplines (scientifiques ou non), d'étudier les articulations et les différences entre celles-ci, et de mettre en évidence, par exemple, l'historicité des processus de création et d'écriture de la science, de preuve et de légitimation. Cette réflexion et ces dispositifs ne peuvent que se montrer féconds. Un point essentiel porte sur l'éducation à la citoyenneté. Il a d'ailleurs déjà été relevé par Dominique Lecourt dans son rapport à propos de l'enseignement de la philosophie des sciences et notamment par rapport aux réalités scientifiques et techniques où « l'esprit de la recherche viendrait vivifier l'esprit civique » (Lecourt 1999, p. 5).

Comme corollaire à cette dualité entre l'interdisciplinarité et l'histoire des mathématiques, je vais maintenant détailler un enjeu trop souvent ignoré dans les présentations scolaires des mathématiques : leurs dimensions culturelles.

II. POUR LES MATHEMATIQUES DES HOMMES : LES DIMENSIONS SOCIALE ET CITOYENNE DES MATHEMATIQUES. L'APPORT DE L'HISTOIRE

L'idée que je souhaite défendre ici concerne l'importante valeur culturelle de l'histoire des mathématiques. En effet, comme je viens de le suggérer, son introduction dans la formation des enseignants est une formidable opportunité pour replacer les mathématiques dans leur

contexte social, culturel, politique de développement en interrogeant la place de l'activité mathématique dans les sociétés qui la voient naître et évoluer à un moment donné. Ainsi, il ne faut pas seulement retenir les quelques mathématiciens dont l'histoire nous a laissé le nom, il faut sortir de l'ombre tous les anonymes, ou plus exactement leurs pratiques et savoirs que l'histoire des mathématiques permet de reconsidérer. Dans ce cadre, les études ethnomathématiques peuvent être complémentaires dans la formation des enseignants. Si certains s'accordent à dire que l'écriture est née, en Mésopotamie 3300 ans avant J.-C., du besoin de dénombrer, personne ne peut dire précisément qui en sont précisément les « inventeurs ». Cette remarque est triviale mais elle me semble symptomatique de la quête des origines dans laquelle les élèves se lancent sans répit, notamment en milieu socialement défavorisé. La plupart du temps, prendre en compte cette demande des élèves (même lorsqu'elle reste implicite) évite la fameuse et récurrente question utilitariste « à quoi ça sert ? » qui a tendance à plonger les enseignants dans l'abîme. Or, construire sa propre identité et devenir citoyen, c'est effectivement tenter de discerner des éléments de réponse à cette délicate quête pour se situer à la fois dans l'histoire de la civilisation humaine et dans la géographie mondiale. Au moment même où les politiques identitaires secouent les démocraties européennes, les enseignants ont un rôle essentiel à jouer et leur formation ne peut donc pas le négliger. Je voudrais détailler plusieurs exemples relatifs à cette quête des origines et à la valeur citoyenne des mathématiques et de leur enseignement.

Avant d'examiner la manière avec laquelle les mathématiciens eux-mêmes reconnaissent l'intérêt de l'histoire et de l'épistémologie de leurs disciplines, je voudrais m'arrêter sur la conception de J. Peletier du Mans au sujet de l'importance de l'historicité des mathématiques. L'algébriste et poète expose à plusieurs reprises sa sensibilité pour l'héritage collectif des mathématiques de l'Antiquité que je souhaite défendre ici. En effet, dans les *Poèmes* à son *Algèbre* et à son *Arithmétique*, Peletier pense les mathématiques comme une œuvre collective issue d'une longue et féconde accumulation de savoirs (Peletier 1554a, 1554b). Cette conception (originale dans le contexte de l'humanisme français) rend donc stérile, entre autres, les questions de paternité, fussent-elles à propos des *Eléments* (Loget 2000, pp. 132-147). Pour montrer maintenant la fécondité et les innovations pédagogiques que permettent la mise en perspective de l'histoire, j'emprunterai à la littérature mathématique deux exemples chronologiquement éloignés l'un de l'autre. D'abord, le traité d'algèbre d'al-Khayyām, mathématicien des Pays d'Islam du XII^{e} siècle, illustre la vertu de cette historicité. En effet, dans son introduction, il détaille l'histoire, les erreurs et tentatives successives de certains de ses prédécesseurs qui lui ont permis de finaliser sa théorie géométrique des équations de degré inférieur ou égal à 3 (al-Khayyām 1981, pp. 11-13). Certes, c'est surtout une façon de montrer la grande qualité de son traité et l'innovation dont il fait preuve, mais c'est aussi une manière de s'inscrire dans le long processus des découvertes mathématiques en relation avec les cubiques. Ensuite, Fourrey, auteur de plusieurs ouvrages de mathématiques au début du XX^{e} siècle, convoque l'histoire de sa discipline telle qu'il la connaît. Par exemple, en 1907, il édite pour la première fois ses *Curiosités géométriques* dans l'idée de produire un manuel de mathématiques s'inscrivant à la fois dans l'intense activité scientifique du début du XX^{e} siècle et dans le mouvement de réforme de l'enseignement des mathématiques de la même époque (Fourrey 1994). L'histoire des mathématiques, les problèmes des Anciens (grecs, arabes, Chinois, du Moyen Âge ou de la Renaissance) sont alors interrogés pour faire comprendre et aimer les mathématiques ainsi que pour réussir à se placer sur l'échelle du développement de la science mathématique.

Le savoir mathématique, tout universel qu'il est, est fabriqué, transmis, enseigné et assimilé dans des contextes historiques, culturels et politiques qu'il est bien absurde de négliger lorsqu'on fait des mathématiques et *a fortiori* lorsqu'on les enseigne. L'histoire des

mathématiques permet une appropriation des connaissances sociales, culturelles, politiques et scientifiques de l'élaboration, du développement et de la diffusion des mathématiques comme « œuvre humaine, soumise, comme toute œuvre humaine, aux aléas de l'histoire » (Roger 1995, p. 49). En effet, l'activité mathématique s'intègre dans l'histoire des idées et dans l'histoire des sociétés avec leurs évolutions, leurs changements techniques et leurs révolutions industrielles. L'historien des mathématiques lève en particulier le voile sur certains éléments de ce qu'ont été et de ce que sont les mathématiques à la fois comme disciplines de recherche et comme activités sociales à condition d'accepter ce que l'historiographie a longtemps négligé : la prise en compte des pratiques locales. L'histoire de l'art et de l'architecture en Pays d'Islam est probablement un des meilleurs exemples. Même s'il est aujourd'hui relativement bien connu, je me permets de le rappeler ici. À ma connaissance, aucun mathématicien médiéval de langue arabe n'étudie les transformations planes telles que les translations, les symétries et les rotations, largement décelables dans les pavages de *zelliges* qui ornent les plus beaux bâtiments de la cité islamique. Et pourtant, une observation est possible : les 17 types de pavage du plan sont tous présents dans un site aussi célèbre que l'Alhambra de Grenade dont la construction s'achève au XV^{e} siècle (Lu et Steinhardt 2007). Les artisans des pays d'Islam possédaient donc une compréhension de concepts mathématiques savants basée sur leur intuition et leur savoir-faire. Cet exemple permet un travail remarquable en classe et en formation des enseignants (Moyon 2009a). Je donnerai deux exemples supplémentaires qui contribuent à montrer aux élèves et aux professeurs en formation l'implication des mathématiques, en l'occurrence de la géométrie, dans des pratiques sociales et corporatistes. Le premier est relatif à la littérature agricole de l'antiquité latine (Moyon 2009b). Les techniques de mesurage des champs lié au calcul des fermages exposées dans des ouvrages non-mathématiques illustrent l'interaction féconde entre des problèmes socio-culturels et le développement d'une science. Le second exemple se rapporte aux problèmes anciens de division des figures planes. Dans les pays d'Islam, ils sont en partie liés à des questions d'ordre juridique et religieux. En effet, il peut s'agir de partager entre frères et sœurs (à la suite d'un héritage) ou entre copropriétaires (lors d'une transaction) des parcelles de champs dans un rapport donné et en respectant certaines contraintes liées au terrain (mosquée, puits, accès…) et dictées par la loi coranique (Moyon 2012a, 2012b). La résolution de ce type de problèmes illustre plusieurs domaines élémentaires des mathématiques. Même si elle convoque principalement la théorie des rapports des Livres V et VI des *Eléments* d'Euclide, certaines autres procédures de résolution sont algorithmiques voire algébriques (Moyon 2011). Ces trois exemples suffisent à remarquer qu'en plus d'être une source évidente de problèmes pour l'enseignement (Moyon 2009c), l'histoire des mathématiques permet de montrer aux élèves le rôle des mathématiques (même anonymes) dans une société à un moment de son histoire. L'enseignant doit en être convaincu. C'est, à mon avis, un des enjeux de sa formation.

Enfin, il n'est pas suffisant que l'enseignant connaisse l'histoire de sa discipline, il doit aussi apprécier l'histoire de son enseignement. Il a tout intérêt à avoir conscience des choix scientifiques, politiques et sociaux qui ont amené l'enseignement sous sa forme actuelle. C'est en particulier dans ce cadre qu'une spécificité des mathématiques en tant que discipline scolaire peut être relevée : c'est en effet la seule du paysage français à avoir un institut de recherche sur son enseignement avec la création des IREM en 1967 à l'instigation de la Commission Lichnerowicz. Depuis, les IREM continuent à produire des documents pour la formation des enseignants, notamment en épistémologie et histoire des mathématiques par le biais de la Commission inter-IREM. Une autre piste est à explorer : celle des manuels anciens dont l'étude peut révéler de nombreuses informations. Responsable de l'initiation à la recherche pour le parcours « professeur des écoles » du Master MEFE de l'IUFM du Limousin, j'ai contribué à mettre en place plusieurs équipes de recherche sur l'étude du fonds

patrimonial de l'institut hérité des bibliothèques des écoles normales d'instituteurs et d'institutrices du Limousin. Ces équipes voient l'émergence de problématiques communes et transversales entre champs disciplinaires *a priori* distincts comme les sciences de l'éducation, la didactique et l'épistémologie des sciences. De nouvelles pistes de recherche, socio-historique en particulier, sont alors à investir, notamment à partir de l'exploration de fonds de manuels anciens autour de thématiques comme l'éducation, la construction du jeune citoyen, la diversité ou la réflexivité. À titre d'exemple, les seuls textes et illustrations (figure 1), extraits du chapitre « Le gain, la dépense et l'économie » de l'*Arithmétique en riant* (Jolly 1935, p. 40), laissent présager d'une des lectures possibles des manuels anciens de mathématiques à travers le prisme de la représentation de la société française et de son fonctionnement à une époque donnée.



LE GAIN, LA DÉPENSE ET L'ÉCONOMIE

Le gain. — Prenons l'exemple de M. Dubois, le cantonnier. Il travaille pour gagner de l'argent. Chaque mois il reçoit par exemple un salaire de 1.200 f. qu'il est heureux de rapporter à la maison.

La dépense. — Pendant que son mari est occupé sur la route, Mme Dubois entretient son ménage, fait des achats et prépare les repas. Car on ne peut faire la soupe aux cailloux ! Et Mme Dubois a dû acheter de la viande, des légumes, du pain et de l'épicerie.

De temps en temps elle est encore obligée d'acheter des vêtements, du linge, du charbon. Enfin elle doit dépenser pour l'éclairage, le loyer et les menus frais de toutes sortes.

Par exemple, le mois dernier, Mme Dubois a dépensé 1.100 f.

Qu'est-ce que l'économie ?

Puisque Mme Dubois n'a pas dépensé tout le gain de son mari, elle peut mettre de l'argent de côté.

On dit que le ménage a économisé :

1.200 f. — 1.100 f. = 100 f.

Vous voyez Mme Dubois qui va placer cette économie de 100 f. à la Caisse d'épargne.

L'économie, c'est donc la différence entre le gain et la dépense lorsque le gain est supérieur à la dépense.

***Figure 1** – Représentation de la société dans les manuels anciens de mathématiques*

En outre, une étude comparative des manuels anciens entre eux et avec les instructions officielles anciennes ou actuelles permet à nouveau de faire des mathématiques autrement dans le cadre de la formation initiale des enseignants et de réfléchir à l'élaboration de démarches didactiques. Un premier travail est à noter dans ce sens, à titre d'exemple. En effet, une de mes étudiantes a soutenu un mémoire en juin 2011 intitulé « L'enseignement des mathématiques de l'après-guerre à la fin des années 70 ». Elle y a comparé l'enseignement de la soustraction tel qu'il est promu dans deux manuels du cours élémentaire 2e année (8-9 ans), l'un de 1947 et l'autre de 1972. Cette étudiante a donc intégré, par la lecture et l'étude de ces manuels, la réforme des « mathématiques modernes » sans oublier la réflexion didactique sur son propre enseignement et sans négliger non plus la préparation à l'oral du CRPE. Les divers types d'énoncés de problèmes, le recours ou non à la manipulation d'instruments, le rôle de la figure en géométrie, les types de raisonnements utilisés, les différentes pratiques algorithmiques tantôt encouragées tantôt bannies sont autant de thèmes qui peuvent naturellement être étudiés à travers l'ensemble de ces manuels.

III. CONCLUSION

Faute de pouvoir agir directement sur les maquettes des formations initiales et continues des enseignements autrement que localement, je voudrais insister sur la nécessité absolue d'encourager la production de ressources en épistémologie et histoire des mathématiques. En effet, une production qualitativement et quantitativement importante encouragerait les structures universitaires à mettre en place des formations de qualité. Elle permettrait aussi de contribuer à l'auto-formation des enseignants du primaire comme du secondaire même si celle-ci reste très faible (Académie des Sciences 2004). Ces ressources doivent d'abord et surtout rendre compte des recherches actuelles en histoire des mathématiques comme l'a fait Høyrup (2010) par exemple. En ce sens, les historiens des mathématiques ne doivent pas négliger la valorisation de leur recherche même si les instances évaluatrices de la recherche n'y accordent que peu d'importance. Les source-books à l'instar de (Katz 2007) seraient aussi à développer. Ils permettent de rendre accessible des textes anciens traduits de leur langue originale par les spécialistes et accompagnés de commentaires mathématiques et historiques, ce qui est nécessaire si l'on veut un accès direct aux textes. Enfin, des présentations de dispositifs pédagogiques – à tous les niveaux de l'école à l'université – intégrant explicitement l'histoire des mathématiques dans l'enseignement ou la formation comme dans (Barbin 2010, 2012) devraient aussi être rendue accessible au plus grand nombre d'enseignants.

REFERENCES

Académie des Sciences (2004) *Avis sur l'enseignement scientifique et technique dans la scolarité obligatoire : école et collège*.

Artigue M. (1991) Épistémologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10(2/3), 241-286.

Barbin E. (Ed.) (2010) *De grands défis mathématiques : d'Euclide à Condorcet*. Paris : Vuibert-Adapt.

Barbin E. (Ed.) (2012) *Des mathématiques éclairées par l'histoire*. *Des arpenteurs aux ingénieurs.* (coord.) Paris : Vuibert-Adapt.

Bensaude-Vincent B. (2005) Paul Langevin : L'histoire des sciences comme remède à tout dogmatisme. *Revue d'Histoire des Sciences* 58(2), 311-328.

Bkouche R. (1997) Epistémologie, histoire et enseignement des mathématiques. *For the learning of mathematics* 17(1), 34-42.

Bkouche R. (2000) Sur la notion de perspective historique dans l'enseignement d'une science. *Repères IREM* 39, 35-59.

Brousseau G. (1989) Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In Bednarz N., Garnier C. (Eds.) (pp. 41-63) *Construction des savoirs, Obstacles et Conflits*. Montréal : CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc.

Chemla K., Shuchun G. (2004) *Les neuf chapitres*, *le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*. Paris : Dunod.

Comte A. (1930) *Cours de philosophie positive*. Vol.1. Paris : Bachelier.

Djebbar A. (2002) L'épître d'Al Khayyām sur l'explication des prémisses problématiques du livre d'Euclide. *Farhang* 14(39/40), 79-136.

Djebbar A., Gohau G., Rosmorduc J. (2006) *Pour l'histoire des sciences et des techniques*. Paris : Hachette.

Ehrhardt C. (2010) Histoire sociale des mathématiques. *Revue de Synthèse* 131(4) (Histoire sociale des mathématiques), 489-493.

Euclide (1990) *Les éléments* (vol.1). Vitrac B. (Ed.). Paris : PUF.

Fauque D. (1989) L'enseignement de l'histoire des sciences dans les classes du secondaire. *Bulletin de l'Union des Physiciens* 712, 417-426.

Furinghetti F., Radford L. (2002) Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from phylogenesis and ontogenesis theory to classroom practice. In English L. (Ed.) (pp. 631-654) *Handbook of International Research in Mathematics Education*. New Jersey : Lawrence Erlbaum.

Furinghetti F., Radford L. (2008) Contrasts and oblique connections between historical conceptual developments and classroom learning in mathematics. In English L. (Ed.) (pp. 626-655) *Handbook of International Research in Mathematics Education.* New York : Routledge, Taylor and Francis.

Fourrey E. (1994) *Curiosités géométriques*. Paris : Vuibert.

Glaubitz M. (2008) The Use of Original Sources in the Classroom. Theoretical Perspectives and Empirical Evidence. In Barbin E., Stehlíková N., Tzanakis C. (Eds.) (pp. 373-381) *History and Epistemology in Mathematics Education. Proceedings of the 5th European Summer University.* Prague : Vydavatelsky servis, Plzeň.

Glaubitz M. (2011) The Use of Original Sources in the Classroom. Emperical Research Findings. In Kronfellner M., Barbin E., Tzanakis C. (Eds.) (pp. 351-361) *History and Epistemology in Mathematics Education. Proceedings of the 6th European Summer University*. Vienne : Verlag Holzhausen GmbH.

Haeckel E. (1866) *Generelle Morphologie der Organismen*. 2 vol. Berlin : G. Reimer.

Høyrup J. (2010) *L'algèbre au temps de Babylone*. Paris : Vuibert.

Hulin N. (1984) L'histoire des sciences dans l'enseignement scientifique. *Revue française de pédagogie* 66, 15-27.

Hulin N. (1996) L'histoire des sciences et l'enseignement scientifique. Quels rapports ? Un bilan des XIX^{e} et XX^{e} siècles. *Bulletin de l'Union des Physiciens* 786, 1201-1243.

Hulin N. (2001) L'histoire des sciences et l'enseignement scientifique. Une composition en histoire des sciences à l'agrégation. *Revue de Synthèse* 4(2/3/4), 393-410.

IREM (1993) *Histoire de problèmes, Histoire de mathématiques*. Paris : Ellipses.

IREM (1998) *Images, Imaginaires, Imagination, une perspective historique pour l'introduction des nombres complexes*. Paris : Ellipses.

Jolly R. (1935) *L'arithmétique en riant*. Paris : Fernand Nathan.

Katz V. J. (2007) *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam*. Princeton : Princeton University Press.

Al-Khayyām (1981) *Kitāb al-jabr* [Livre d'algèbre]. Djebbar A., Rashed R. (Ed. et Trad.). Alep : Institut d'Histoire des Sciences Arabes.

Langevin P. (1933) La valeur éducative de l'histoire des sciences. *Revue de Synthèse* 6(1), 5-16.

Lebon E. (1903) Chronique et Correspondance – Universités et Congrès. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 590-591.

Lecourt D. (1999) *Rapport sur l'enseignement de la philosophie des sciences*. Paris.

Loget, F. (2000) *La querelle de l'angle de contact (1554-1685). Constitution et autonomie de la communauté mathématique entre Renaissance et Âge baroque*. Paris : EHESS.

Lu P. J., Steinhardt P. J. (2007) Decagonal and Quasi-crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture. *Science* 315, 1106-1110.

Maitte B. (2008) Les récits de découvertes scientifiques : petits mensonges et grands mythes. *Actes de savoirs* 4, 65-78.

MEN (2010) *Arrêté du 12 mai 2010 portant définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier*. *Journal officiel de la République française* 164.

Moyon M. (2009a) Quand les zelliges entrent dans la classe… étude de la symétrie axiale. In Djebbar A. (dir.) (pp. 111-127) *Les découvertes en Pays d'Islam.* Paris : Le Pommier.

Moyon M. (2009b) Géométrie et mesurage des champs dans l'antiquité latine. *Les nouvelles d'Archimède* 52, 12-13.

Moyon M. (2009c) La division des figures planes comme source de problèmes pour l'enseignement de la géométrie. In Escofier J.-P., Hamon G. (Eds.) (pp. 71-86) *Actes de la Rencontre des IREM du Grand Ouest et de la réunion de la Commission Inter-IREM Épistémologie et Histoire des mathématiques.* Rennes : Université Rennes 1.

Moyon (2011) Practical Geometries in Islamic Countries : the Example of the Division of Plane Figures. In Kronfellner M., Barbin E., Tzanakis C. (Eds.) (pp. 527-538) *History and Epistemology in Mathematics Education. Proceedings of the 6th European Summer University*. Vienne : Verlag Holzhausen GmbH.

Moyon M. (2012a) Diviser un triangle au Moyen Âge : l'exemple des géométries latines. In Barbin E. (Ed.) (pp. 73-90) *Des mathématiques éclairées par l'histoire. Des arpenteurs aux ingénieurs.* Paris : Vuibert-Adapt.

Moyon M. (2012b) Mathématiques et interculturalité : l'exemple du découpage des figures de la Mésopotamie au moyen-âge latin. In Moyon M., Belmehdi S. (Eds.) *Classics@ : an online Journal 8*.

Ovaert J.-L., Reisz D. (1981) *Fragments d'histoire des mathématiques* 41. Paris : APMEP.

Peletier J. (1554) L'algèbre. Lyon : J. de Tournes.

Peletier J. (1554) L'arithmétique. Lyon : J. de Tournes.

Raichvarg D. (1987) La didactique a-t-elle raison de s'intéresser à l'histoire des sciences ? *Aster* 5, 3-34.

Rashed R. (2007) *al-Khwārizmī. Le commencement de l'algèbre*. Paris : A. Blanchard.

Roger J. (1995) *Pour une histoire des sciences à part entière*. Paris : Albin Michel.

Sayili A. (1960) Thābit ibn Qurra's Generalization of the Pythagorean Theorem. *Isis* 51(1), 35-37.