



**HAL**  
open science

**Contrôle en boucle ouverte d'un écoulement  
compressible d'arrière-corps par méthode adjointe**  
[Open-loop control of compressible afterbody flows using  
adjoint methods]

Philippe Meliga, Denis Sipp, Jean-Marc Chomaz

► **To cite this version:**

Philippe Meliga, Denis Sipp, Jean-Marc Chomaz. Contrôle en boucle ouverte d'un écoulement compressible d'arrière-corps par méthode adjointe [Open-loop control of compressible afterbody flows using adjoint methods]. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. pp.S09: Instabilités et Transition, Contrôle d'Écoulement, n° 352. hal-01053369

**HAL Id: hal-01053369**

**<https://polytechnique.hal.science/hal-01053369>**

Submitted on 30 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Contrôle en boucle ouverte d'un écoulement compressible d'arrière-corps par méthode adjointe

P. MELIGA<sup>b</sup>, D. SIPP<sup>a</sup> & J.-M. CHOMAZ<sup>b</sup>

a. ONERA/Département d'Aérodynamique Fondamentale et Expérimentale, MEUDON

b. LadHyX-CNRS, Ecole Polytechnique, PALAISEAU

## Résumé :

Nous présentons l'étude théorique d'un écoulement de culot franc en régime subsonique. Le formalisme utilisé repose sur une analyse de sensibilité développée dans le cadre de la théorie de la stabilité globale, et permet de mesurer l'effet d'un forçage stationnaire, volumique ou pariétal, sur le taux d'amplification des modes globaux linéaires. Cette étude constitue un premier pas dans la perspective d'un contrôle réaliste des instationnarités des écoulements d'arrière-corps. Les fonctions de sensibilité sont dérivées analytiquement par méthode adjointe et calculées pour le mode global responsable de l'apparition des instationnarités. Nous considérons plusieurs méthodes de contrôle, parmi lesquelles l'ajout d'un corps secondaire dans le sillage du corps principal, un chauffage local ou un soufflage à la paroi. Les résultats obtenus montrent que ce mode est sensible à un forçage en quantité de mouvement le long de la ligne de séparation, à un chauffage dans la bulle de recirculation et à une injection dans le voisinage du point de décollement.

## Abstract :

We present a theoretical study of a compressible afterbody flow in the subsonic regime. It relies on a sensitivity analysis, developed in the framework of the linear global stability theory, and alleviates the effect of a steady bulk and wall forcing on the growth rate of linear global modes. Such an analysis stands as a step in the perspective of a full control of afterbody flow unsteadiness. The sensitivity functions are derived analytically by use of adjoint methods, and presented for the global mode responsible for the onset of a periodic regime. Various control methods are investigated, including an additional control device in the lee of the main body, heat sources and boundary forcing. Our results show that the global mode is sensitive to momentum forcing along the separation line, to a localized heating in the core of the recirculating bubble, and to a blowing velocity close to the edge of the base.

## Mots clefs : compressible, stabilité globale, analyse de sensibilité, méthode adjointe

## 1 Introduction

Le contrôle en boucle ouverte repose sur l'idée qu'une modification stationnaire intervenant dans les conditions d'un écoulement peut affecter sa dynamique de manière significative. Strykowski & Sreenivasan [1] ont ainsi étudié l'écoulement derrière un cylindre, et ont montré que le phénomène de vortex-shedding était sensible à la présence d'un petit cylindre de contrôle dans le sillage du cylindre principal. Ces auteurs ont ainsi réussi à identifier différentes régions de l'écoulement où l'ajout du cylindre de contrôle provoque une complète disparition du vortex-shedding.

Néanmoins, de telles approches sont empiriques et reposent sur un processus de 'trial and error'. En conséquence, elles peuvent s'avérer extrêmement coûteuses en temps et en ressources si le nombre de degrés de liberté à tester est important (position et taille du cylindre, par exemple). La méthode de Strykowski & Sreenivasan a ainsi été reprise par Hill [2], et plus récemment par Marquet *et al.* [9], avec une approche plus systématique basée sur des analyses de sensibilité. L'idée principale véhiculée dans ces études est que le forçage induit par le cylindre de contrôle modifie l'écoulement de base sur lequel se développent les perturbations. L'effet de ce forçage sur la stabilité de l'écoulement peut alors être déduit simplement d'un calcul de gradient ou fonction de sensibilité. Dans cette étude, nous généralisons ces concepts au cas des écoulements compressibles, pour lesquels nous considérons des techniques de contrôle supplémentaires (effet d'une source de chaleur et/ou d'un contrôle à la paroi). Ce formalisme théorique est ensuite appliqué au contrôle des instationnarités se développant dans les écoulements d'arrière-corps.

## 2 Formulation théorique

Nous considérons un arrière-corps de révolution en ogive de diamètre  $D$  et de longueur totale  $l = 9.8D$ , dont le bord de fuite est un culot franc, placé dans un écoulement uniforme sous incidence nulle (voir figure 1). Nous

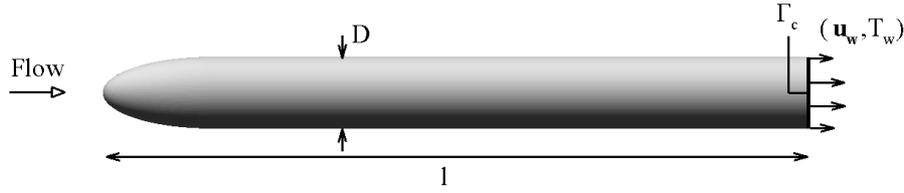


Figure 1: Vue de la configuration étudiée: l'arrière-corps de révolution a un diamètre  $D$  et une longueur  $l = 9.8D$ .

utilisons un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  dont l'origine est située au centre du culot franc. Le fluide est un gaz parfait inhomogène de nombre de Prandtl  $Pr = 1$ . La dynamique de l'écoulement est décrite par le vecteur d'état  $\mathbf{q} = (\rho, \mathbf{u}, T, p)^T$ , où  $\rho$  est la densité,  $T$  la température,  $p$  la pression et  $\mathbf{u} = (u, v, w)^T$  le champ de vitesse tridimensionnel, dont  $u, v$  et  $w$  représentent la composante radiale, azimuthale et axiale. L'évolution de  $\mathbf{q}$  est régie par les équations de Navier-Stokes instationnaires compressibles, qui prennent la forme de cinq équations non linéaires (équations de continuité, quantité de mouvement et énergie interne) formulées en variables non-conservatives

$$\partial_t \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = m, \quad (1a)$$

$$\rho \partial_t \mathbf{u} + \rho \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{\gamma M^2} \nabla p - \frac{1}{Re} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}, \quad (1b)$$

$$\rho \partial_t T + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla T + p \nabla \cdot \mathbf{u} - \gamma(\gamma - 1) \frac{M^2}{Re} \boldsymbol{\tau}(\mathbf{u}) : \mathbf{d}(\mathbf{u}) - \frac{\gamma}{Pr Re} \nabla^2 T = h, \quad (1c)$$

auxquelles s'ajoute la loi des gaz parfaits.  $\mathbf{d}(\mathbf{u})$  et  $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{u})$  sont les tenseurs des déformations et des contraintes visqueuses. Les équations (1) sont mises sous forme adimensionnée en utilisant le diamètre  $D$  et les quantités de l'écoulement à l'infini amont comme échelles de longueur, vitesse, densité, température et pression. Elles sont réécrites formellement

$$\mathcal{B}(\mathbf{q})\mathbf{q} + \mathcal{M}(\mathbf{q}, \mathcal{G}) = (\mathcal{J}, 0)^T, \quad (2)$$

où  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{M}$  sont deux opérateurs différentiels et  $\mathcal{G}$  représente l'ensemble des paramètres de contrôle (nombres de Reynolds et de Mach, angle d'incidence...) qui est supposé constant dans cette étude, de sorte que la dépendance en  $\mathcal{G}$  sera désormais omise afin d'alléger les notations. Le vecteur  $\mathcal{J} = (m, \mathbf{f}, h)^T$  définit le contrôle volumique,  $\mathbf{f}$  (resp.  $m$  et  $h$ ) représentant ici le flux volumique de quantité de mouvement (resp. flux volumique de masse et d'énergie) associé au contrôle. Le cas d'un contrôle à la paroi est également pris en compte au niveau du culot, dont la surface est notée  $\Gamma_c$ , par l'intermédiaire de la condition d'injection subsonique

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_w, \quad T = T_w \text{ sur } \Gamma_c. \quad (3)$$

Dans toute l'étude, le nombre de Mach est choisi égal à  $M = 0.5$ . Le vecteur d'état est décomposé en un champ de base axisymétrique stationnaire  $\mathbf{q}^0$  et une perturbation tridimensionnelle  $\mathbf{q}^1$  de faible amplitude. Nous considérons ici uniquement le cas d'un contrôle axisymétrique et stationnaire, de sorte que les équations du champ de base s'écrivent

$$\mathcal{M}_0(\mathbf{q}^0) = (\mathcal{J}, 0)^T, \quad \mathbf{u}^0 = \mathbf{u}_w, \quad T^0 = T_w \text{ sur } \Gamma_c, \quad (4)$$

où  $\mathcal{M}_0$  est la forme axisymétrique de l'opérateur d'évolution  $\mathcal{M}$ . Les perturbations sont décomposées sous la forme de modes normaux

$$\mathbf{q}^1 = \hat{\mathbf{q}}^1(r, z) e^{(\sigma + i\omega)t + im\theta} + \text{c.c.}, \quad (5)$$

où le vecteur  $\hat{\mathbf{q}}^1 = (\hat{\rho}^1, \hat{u}^1, \hat{v}^1, \hat{w}^1, \hat{T}^1, \hat{p}^1)^T$  est un mode global, caractérisé par un nombre d'onde azimuthal  $m$  entier, un taux d'amplification  $\sigma$  et une fréquence  $\omega$ . Le mode global  $\hat{\mathbf{q}}^1$  et le complexe  $\lambda = \sigma + i\omega$  sont solutions du problème aux valeurs propres généralisé

$$\lambda \mathcal{B}(\mathbf{q}^0) \hat{\mathbf{q}}^1 + \mathcal{A}_m(\mathbf{q}^0) \hat{\mathbf{q}}^1 = \mathbf{0}, \quad \hat{u}^1 = \mathbf{0}, \quad \hat{T}^1 = 0 \text{ sur } \Gamma_c, \quad (6)$$

où  $\mathcal{A}_m$  est l'opérateur différentiel obtenu par linéarisation de  $\mathcal{M}$  autour de  $\mathbf{q}^0$  et substitution des termes en  $\partial_\theta$  par le produit  $im$ .

Les équations (4) et (6) sont discrétisées par une méthode éléments finis sur un domaine de calcul plan  $\Omega$  correspondant au plan azimuthal  $\theta = 0$ . La frontière de ce domaine est notée  $\Gamma = \Gamma_w \cup \Gamma_\infty$ , où  $\Gamma_w$  représente l'ensemble des parois solides. Les termes de pression sont éliminés et remplacés par leur expression issue

de l'équation des gaz parfaits pour  $p^0$  et  $\hat{p}^1$ . Les équations du champ de base sont résolues par une méthode itérative de Newton (Barkley [3]) et le problème aux valeurs propres par une méthode d'Arnoldi dite de Shift and Invert (Ehrenstein & Gallaire [4]). Afin de s'affranchir du problème posé par le choix de conditions aux limites non réfléchissantes adaptées à notre problème, nous utilisons ici des zones éponge dans lesquelles les fluctuations sont atténuées par dissipation avant d'atteindre les frontières du domaine de calcul. Les conditions aux limites vérifiées par le champ de base et les perturbations se déduisent alors des conditions aux limites imposées au vecteur d'état  $\mathbf{q} = (\rho, \mathbf{u}, T)^T$ :

$$\mathbf{u} = (0, 0, 1)^T, \quad \rho, T = 1 \text{ sur } \Gamma_\infty, \quad (7a)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad \partial_n T = 0 \text{ sur } \Gamma_w \setminus \Gamma_c. \quad (7b)$$

Nous considérons à présent l'état non contrôlé, pour lequel

$$m = 0, \quad \mathbf{f} = \mathbf{0}, \quad h = 0, \quad \mathbf{u}_w = \mathbf{0}, \quad T_w = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2. \quad (8)$$

L'effet d'un contrôle de faible amplitude sur le problème de stabilité linéaire globale est mesuré en s'intéressant aux variations d'une valeur propre donnée  $\delta\lambda = \delta\sigma + i\delta\omega$ . Dans l'approximation linéaire, la variation de valeur propre due au forçage peut s'exprimer comme le produit scalaire entre ce forçage et une fonction de sensibilité ou gradient:

$$\delta\lambda = \int_\Omega \left( \nabla_m \lambda \cdot \delta m + \nabla_f \lambda \cdot \delta \mathbf{f} + \nabla_h \lambda \cdot \delta h \right) r d\Omega + \int_{\Gamma_c} \left( \nabla_{\mathbf{u}_w} \lambda \cdot \delta \mathbf{u}_w + \nabla_{T_w} \lambda \cdot \delta T_w \right) r d\Gamma, \quad (9)$$

où  $d\Omega$  est l'élément de surface canonique et  $d\Gamma$  l'élément de longueur le long de  $\Gamma_c$ .  $\nabla_m \lambda$ ,  $\nabla_f \lambda$  et  $\nabla_h \lambda$  sont des vecteurs complexes, définissant respectivement la sensibilité de la valeur propre à une source de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. De même,  $\nabla_{\mathbf{u}_w} \lambda$  et  $\nabla_{T_w} \lambda$  définissent la sensibilité de la valeur propre au forçage en vitesse et température à la paroi. Pour déterminer l'expression de ces gradients, nous utilisons une méthode Lagrangienne similaire à celle utilisée pour les problèmes d'optimisation (Gunzburger [5]), reposant sur la définition de variables adjointes. Nous obtenons

$$\left( \nabla_m \lambda, \nabla_f \lambda, \nabla_h \lambda \right)^T = \left( \rho^{0\dagger}, \mathbf{u}^{0\dagger}, T^{0\dagger} \right)^T, \quad (10a)$$

$$\nabla_{\mathbf{u}_w} \lambda = \rho^0 \rho^{0\dagger} \mathbf{n} + \frac{1}{Re} \left( -\frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}^{0\dagger}) \mathbf{I} + \nabla \hat{\mathbf{u}}^{0\dagger} + \nabla \hat{\mathbf{u}}^{0\dagger T} \right) \cdot \mathbf{n}, \quad (10b)$$

$$\nabla_{T_w} \lambda = \frac{\gamma}{Pr Re} \nabla T^{0\dagger} \cdot \mathbf{n}, \quad (10c)$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal à la paroi orienté vers l'extérieur du domaine.  $\mathbf{q}^{0\dagger} = (\rho^{0\dagger}, \mathbf{u}^{0\dagger}, T^{0\dagger})^T$  est appelé la variable adjointe du champ de base, et est solution du problème linéaire forcé

$$\mathcal{A}_0^\dagger(\mathbf{q}^0) \mathbf{q}^{0\dagger} = -\lambda^* \mathcal{R}^\dagger(\mathbf{q}^0, \hat{\mathbf{q}}^1) \hat{\mathbf{q}}^{1\dagger} - \mathcal{S}_m^\dagger(\mathbf{q}^0, \hat{\mathbf{q}}^1) \hat{\mathbf{q}}^{1\dagger}, \quad (11)$$

où l'exposant \* désigne le complexe conjugué. Dans (11),  $\mathcal{A}_0^\dagger$  est l'opérateur axisymétrique adjoint de l'opérateur  $\mathcal{A}_0$ , obtenu par intégration par parties de la forme axisymétrique stationnaire des équations en perturbation (6). Les opérateurs  $\mathcal{R}^\dagger$  et  $\mathcal{S}_m^\dagger$  sont les opérateurs adjoints des opérateurs  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{S}_m$ , définis comme

$$\mathcal{R}(\mathbf{q}^0, \hat{\mathbf{q}}^1) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}^0} (\mathcal{B}(\mathbf{q}^0) \hat{\mathbf{q}}^1), \quad \mathcal{S}_m(\mathbf{q}^0, \hat{\mathbf{q}}^1) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}^0} (\mathcal{A}_m(\mathbf{q}^0) \hat{\mathbf{q}}^1). \quad (12)$$

Enfin,  $\hat{\mathbf{q}}^{1\dagger}$  est le mode global adjoint, solution du problème de stabilité adjoint défini par

$$\lambda^* \mathcal{B}(\mathbf{q}^0) \hat{\mathbf{q}}^{1\dagger} + \mathcal{A}_m^\dagger(\mathbf{q}^0) \hat{\mathbf{q}}^{1\dagger} = \mathbf{0}. \quad (13)$$

La procédure pour calculer la sensibilité d'une valeur propre à un forçage stationnaire de faible amplitude, agissant au niveau du champ de base peut se résumer comme suit :

1. résolution des équations du champ de base (4) non forcées,
2. résolution du problème aux valeurs propres généralisées (6), et sélection d'une valeur propre  $\lambda$  et de son mode global associé  $\hat{\mathbf{q}}^1$ ,
3. calcul du mode global adjoint  $\hat{\mathbf{q}}^{1\dagger}$  par résolution du problème de stabilité adjoint (13),
4. calcul du terme source dans (11),
5. calcul du champ de base adjoint par résolution du problème linéaire (11),
6. calcul des fonctions de sensibilité selon (9). Les fonctions de sensibilité relatives au taux d'amplification  $\sigma$  sont obtenues en retenant uniquement la partie réelle de ces fonctions de sensibilité complexes.

### 3 Résultats

#### 3.1 Analyse de stabilité globale

L'étude de stabilité globale de l'écoulement non contrôlé a permis de mettre en évidence deux bifurcations successives de l'écoulement axisymétrique stationnaire. La première se produit au nombre de Reynolds critique  $Re_A = 483.5$ , elle est liée à un mode global  $\hat{\mathbf{q}}_A^1$  stationnaire ( $\omega = 0$ ) de nombre d'onde azimuthal  $m = 1$  (non montré ici). Une bifurcation de Hopf se produit ensuite à  $Re_B = 983$ , pour un mode global  $\hat{\mathbf{q}}_B^1$  oscillant à la fréquence  $\omega_B = 0.399$  ( $St = fD/U_\infty = 0.06$ ) et de nombre d'onde azimuthal  $m = 1$ . Ce dernier mode est caractérisé par une structure périodique illustrée sur la figure 2. Ces résultats sont en accord avec ceux de Natarajan & Acrivos [6] sur la stabilité globale des disques et des sphères, pour lesquels ce mode oscillant domine la dynamique de l'écoulement aux grand nombre de Reynolds, et est responsable de l'apparition des instationnarités sous forme d'un régime périodique (Fabre *et al.* [7]; Meliga *et al.* [8]). Aussi, dans la suite de l'étude, nous étudions l'effet d'un forçage sur la stabilité de ce mode oscillant.

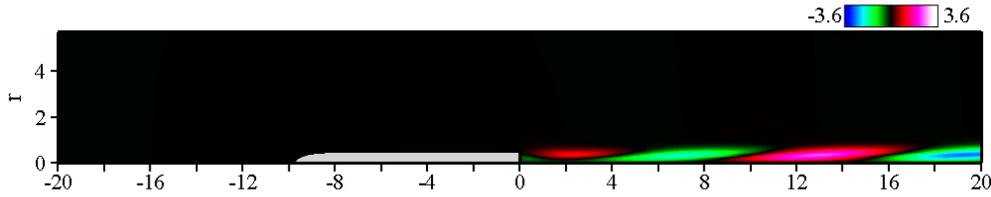


Figure 2: Composante de vitesse axiale du mode global oscillant au seuil de l'instabilité,  $Re_B = 983.0$  -  $M = 0.5$  (la couleur noire correspond à une amplitude de perturbation nulle).

#### 3.2 Effet d'un anneau de contrôle

Nous étudions dans un premier temps l'effet d'un petit dispositif de contrôle, ici un anneau d'épaisseur  $e$  et de rayon  $r_c$ , placé à une distance  $z_c$  en aval du culot. Comme dans les études de Hill [2] et Marquet *et al.* [9], la présence de cet anneau est modélisée par une force  $\delta \mathbf{f}$  exercée sur l'écoulement de base, localisée à la position  $(r_c, z_c)$  et opposée à la force de traînée exercée par l'écoulement de base sur l'anneau. Cette force peut s'écrire

$$\delta \mathbf{f}(r, z) = -\frac{1}{2} C e \rho^0(r, z) \|\mathbf{u}^0(r, z)\| \mathbf{u}^0(r, z) \delta(r - r_c, z - z_c), \quad (14)$$

où  $C$  est un coefficient de traînée dépendant de la valeur du nombre de Reynolds  $Re_e$  construit sur l'épaisseur de l'anneau, dont la valeur dans la zone de recirculation est ici de l'ordre de  $Re_e \simeq 30$ . Nous choisissons  $C = 1$ , une valeur empirique estimée à partir du coefficient de traînée d'un cylindre dans cette gamme de nombres de Reynolds. À chaque position de l'anneau  $(r_c, z_c)$  correspond une variation du taux d'amplification  $\delta \sigma_B$  qui s'exprime simplement comme le produit scalaire entre la force induite  $\delta \mathbf{f}$  et la fonction de sensibilité  $\nabla_{\mathbf{f}} \sigma_B$ , c'est à dire

$$\delta \sigma_B^0(r_c, z_c) = -\frac{1}{2} C e r_c \rho^0(r_c, z_c) \|\mathbf{u}^0(r_c, z_c)\| \nabla_{\mathbf{f}} \sigma_B(r_c, z_c) \cdot \mathbf{u}^0(r_c, z_c). \quad (15)$$

La figure 3(a) présente la distribution spatiale de la modification du taux d'amplification  $\delta \sigma_B(r_c, z_c)$ . Puisque nous nous sommes placés au seuil de l'instabilité, une variation négative  $\delta \sigma_B < 0$  (resp. une variation positive  $\delta \sigma_B > 0$ ) correspond à une stabilisation (resp. une déstabilisation) du mode global. L'anneau induit une forte stabilisation s'il est placé le long de la ligne de séparation. Toutefois, il convient de noter que l'effet du forçage en quantité de mouvement est complexe, puisque la même figure fait apparaître plusieurs régions secondaires qui peuvent contribuer soit à une stabilisation, soit à une déstabilisation du mode global.

#### 3.3 Effet d'une source de chaleur

Considérons maintenant l'effet d'une source de chaleur localisée

$$\delta h(r, z) = \frac{1}{2\pi r_c} \delta \hat{h} \delta(r - r_c, z - z_c). \quad (16)$$

Physiquement,  $\delta \hat{h}$  est le flux d'énergie interne imposé par le contrôle, de sorte qu'une valeur positive de  $\delta \hat{h}$  correspond à un chauffage de l'écoulement, et une valeur négative à un refroidissement. De nouveau, pour

chaque position de la source correspond une variation du taux d'amplification  $\delta\sigma_B$  donnée par le produit scalaire entre le forçage  $\delta h$  et la fonction de sensibilité  $\nabla_h \sigma_B$ :

$$\delta\sigma_B^0(r_c, z_c) = \frac{1}{2\pi} \nabla_h \sigma_B(r_c, z_c) \delta\hat{h}. \quad (17)$$

Nous présentons sur la figure 3(b) les résultats obtenus pour  $\delta\hat{h} = 10^{-2}$ , i.e. l'écoulement est chauffé et le coût du contrôle représente 1% du flux d'énergie interne de l'écoulement incident. Nous trouvons que chauffer l'écoulement à l'intérieur de la zone de recirculation a un effet stabilisant quelque soit la position où le contrôle est appliqué (bien entendu, l'effet inverse aurait été obtenu si nous avions refroidi l'écoulement, puisque la variation  $\delta\sigma_B$  est directement proportionnelle à  $\delta\hat{h}$ ). La stabilisation maximale obtenue par cette méthode correspond à une variation  $\delta\sigma_B = -0.06$ , et est toutefois bien moins importante que celle obtenue en utilisant l'anneau de contrôle.

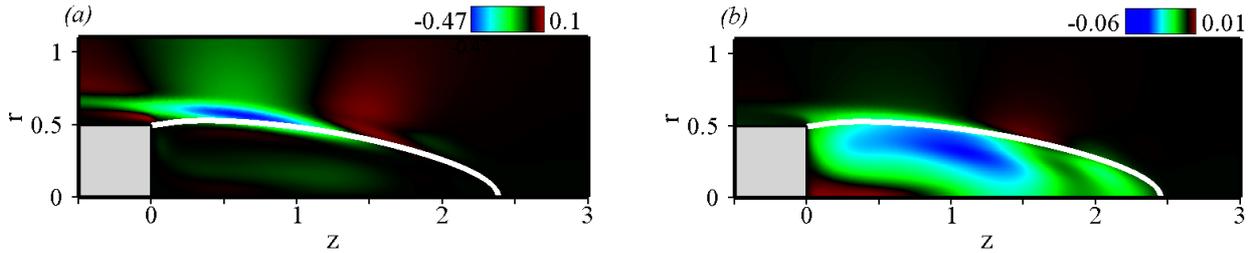


Figure 3: (a) Distribution de la variation  $\delta\sigma_B(r_c, z_c)$  obtenue en ajoutant un anneau de contrôle dont la présence est modélisé par la force (14). (b) Distribution de la variation  $\delta\sigma_B(r_c, z_c)$  obtenue en ajoutant une source d'énergie modélisé par (16) avec  $\delta\hat{h} = 10^{-2}$  -  $Re = 983$ ,  $M = 0.5$ .

### 3.4 Effet d'un soufflage au culot

Nous nous intéressons à présent au cas d'un forçage pariétal par soufflage au culot, la température de paroi n'étant pas modifiée. Nous considérons uniquement le cas d'une vitesse orientée dans la direction normale au culot  $\delta\mathbf{u}_w = \delta w_w \mathbf{e}_z$ , de sorte que la variation du taux d'amplification  $\delta\sigma_B$  s'écrit

$$\delta\sigma_B = \rho^0 \rho^{0\dagger} \delta w_w + \frac{1}{Re} \left( -\frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u}^{0\dagger} + 2\partial_z w_w^{0\dagger} \right) \delta w_w. \quad (18)$$

Lorsque la vitesse du soufflage est modifiée, la variation de taux d'amplification  $\delta\sigma_B$  est déterminée par deux contributions distinctes: le produit des densités du champ de base et du champ de base adjoint  $\rho^0 \rho^{0\dagger}$  correspond à l'effet du flux de masse supplémentaire, alors que la contribution pondérée par l'inverse du nombre de Reynolds correspond à la modification des efforts visqueux appliqués sur le culot. La distribution de la fonction de sensibilité  $\nabla_{w_w} \sigma_B$  est présentée en trait plein sur la figure 4 au seuil de l'instabilité ( $Re = 983$ ,  $M = 0.5$ ), en fonction de la position radiale  $r$  au culot. La sensibilité est négative quelle que soit la position sur le culot, ce qui implique qu'une injection ( $\delta w_w > 0$ ) a systématiquement un effet stabilisant, ce qui est cohérent avec l'effet connu de telles stratégies. Le niveau de sensibilité est presque constant au centre du culot ( $r < 0.3$ ). Puis, la sensibilité augmente de manière spectaculaire, et atteint son maximum à proximité du point de décollement. En conséquence, un actuateur imposant un soufflage stationnaire sera d'autant plus efficace qu'il sera placé proche de l'arête du culot. Par ailleurs, la ligne pointillée sur la figure 4 représente la même fonction de sensibilité, calculée cette fois au nombre de Reynolds  $Re = 2000$ , pour lequel le taux d'amplification du mode non contrôlé est de  $\sigma_B = 8.5 \times 10^{-2}$ . Il est intéressant de constater que la sensibilité du taux d'amplification est beaucoup plus importante que celle obtenue à la criticité. Ce résultat démontre l'aptitude de ce type de forçage à contrôler des configurations instables. En utilisant la fonction de sensibilité définie dans (18), nous obtenons une stabilisation complète du mode global en soufflant à une vitesse uniforme  $\delta w_w \simeq 0.03$ . Toutefois, il est possible de tirer profit du profil de la fonction de sensibilité afin d'optimiser la distribution de la vitesse de soufflage tout en conservant le débit. Ainsi, en réduisant la vitesse de soufflage dans les zones peu sensibles et en l'augmentant dans les zones très sensibles, nous obtenons une stabilisation complète avec un débit inférieur de 8% à celui du cas uniforme (résultats non montrés ici).

## 4 Conclusions et perspectives

Cette étude présente des analyses de sensibilité à un forçage stationnaire, appliquées à un écoulement d'arrière-corps dans le haut régime subsonique. En se plaçant dans l'approximation linéaire, ces études ont permis de

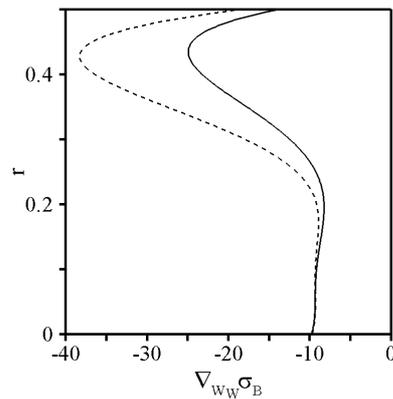


Figure 4: Distribution spatiale de la fonction de sensibilité  $\nabla_{w_W} \sigma_B$  à une vitesse pariétale en fonction de la position radiale sur le culot pour  $Re = 983$  (trait plein) et  $Re = 2000$  (trait pointillé) à  $M = 0.5$ .

déterminer quelles stratégies de contrôle en boucle ouverte sont susceptibles d'être les plus efficaces dans le but de supprimer les instationnarités qui se développent dans ce type d'écoulement. On suggère ainsi qu'il est possible de stabiliser le mode global responsable du déclenchement de ces instationnarités en plaçant un anneau de contrôle à proximité de la ligne de séparation, en chauffant l'écoulement à l'intérieur de la zone de recirculation, ou encore en appliquant un soufflage au culot.

Notre démarche actuelle consiste à utiliser ce formalisme afin d'interpréter physiquement les effets stabilisants obtenus. Ce travail prend la forme d'une analyse de sensibilité très similaire à celle présentée ici, où la variation du taux d'amplification n'est plus calculée en fonction du forçage appliqué, mais en fonction de la modification de l'écoulement de base provoquée par ce forçage. Les résultats obtenus dans ce formalisme montrent que l'ensemble des méthodes de contrôle testées jusqu'ici agissent selon un seul et unique scénario, dans lequel la modification de quantité de mouvement de l'écoulement de base favorise le transport des perturbations.

## References

- [1] Strykowski P. J. and Sreenivasan K. On the formation and suppression of vortex shedding at 'low' reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, 218, 71–107, 1990.
- [2] Hill D. A theoretical approach for analyzing the restabilization of wakes. Technical Report 103858, NASA, 1992.
- [3] Barkley D., Gomes M., and Henderson R. Three-dimensional instability in flow over a backward-facing step. *J. Fluid Mech.*, 473, 167–190, 2002.
- [4] Ehrenstein U. and Gallaire F. On two-dimensional temporal modes in spatially evolving open flows: the flat-plate boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 536, 209–218, 2005.
- [5] Gunzburger M. Sensitivities, adjoints and flow optimization. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 31(1), 53–78, 1999.
- [6] Natarajan R. and Acrivos A. The instability of the steady flow past spheres and disks. *J. Fluid Mech.*, 254, 323–344, 1993.
- [7] Fabre D., Auguste F., and Magnaudet J. Bifurcations and symmetry breaking in the wake of axisymmetric bodies. *Phys. Fluids*, 20(5), 051702 1–4, 2008.
- [8] Meliga P., Chomaz J.-M., and Sipp D. Global mode interaction and pattern selection in the wake of a disk: a weakly nonlinear expansion. Accepted for publication in *J. Fluid. Mech.*, 2009.
- [9] Marquet O., Sipp D., and Jacquin L. Sensitivity analysis and passive control of the cylinder flow. *J. Fluid Mech.*, 615, 221–252, 2008.