



HAL
open science

Des nombres négatifs chez les anciens Mayas

André Cauty, Jean-Michel Hoppan

► **To cite this version:**

André Cauty, Jean-Michel Hoppan. Des nombres négatifs chez les anciens Mayas. Maths en cartes, 2023, pp.15-20. hal-04321713

HAL Id: hal-04321713

<https://cnrs.hal.science/hal-04321713>

Submitted on 4 Dec 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Des nombres négatifs chez les anciens Mayas

André Cauty et Jean-Michel Hoppan

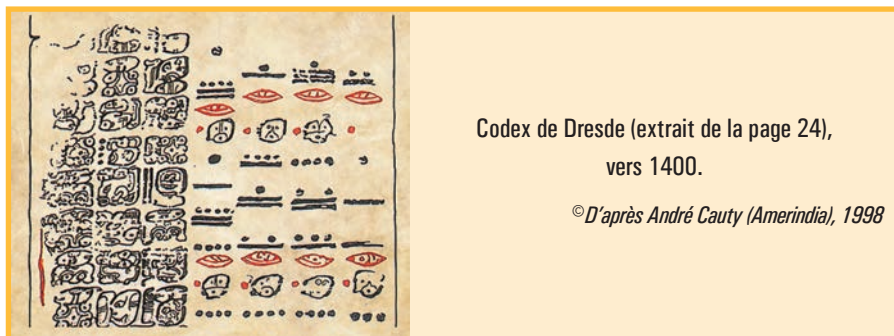
Association d'ethnolinguistique amérindienne
Ingénieur d'études au CNRS

Après une gestation de plusieurs siècles, le nombre négatif est attesté en Chine vers 200 avant notre ère, par l'usage de baguettes représentant différemment les positifs et les négatifs. Quelques siècles plus tard, en Inde, Brahmagupta (598–660), premier savant à définir zéro comme différence d'un nombre avec lui-même, étend aux relatifs les règles de calcul des entiers. Environ à la même époque, les Mayas, alors à leur apogée culturelle, furent les seuls Mésoaméricains à avoir l'intuition des entiers négatifs et à créer, plusieurs siècles avant son apparition fin Moyen Âge en Europe, une graphie pertinente de l'opposition négatif/positif.

Par bonheur, des milliers d'inscriptions de l'époque maya classique (III^e–X^e siècle) ont résisté, grâce à leur support – monuments, objets de prestige, vaisselle d'apparat –, ainsi que les copies de trois manuscrits (ou *codex*) qui ont survécu aux affres du temps, au climat et aux destructions des religieux espagnols. Conservées en Europe, elles contiennent des almanachs divinatoires. Cachée sous les égalités calendaires ponctuant les inscriptions, l'arithmétique maya se laisse dévoiler dans les tables de ces codex. L'*Almanach 53* du codex de Dresde (Allemagne) prophétise les phases de Chak Ek', la « grande étoile », selon que Vénus est du matin ou du soir, ou invisible durant les conjonctions.

Un calendrier maya des phases de Vénus

Ciment culturel d'une moitié des Mésoaméricains, le *choltun* est une chronologie absolue en années (*tun*) et jours (*kin*). Son secret précède d'un millénaire le système de Joseph Juste Scaliger (1540–1609) et Frederick William Herschel (1792–1871), qui ont introduit en Occident le *jour julien*, à savoir l'idée de numéroter les jours (1, 2, 3...) après être convenus d'un « jour origine », O_{cm} . Sa durée, trois cent soixante jours, est une approximation entière des années solaire (365,25...) et mésoaméricaine (18 vingtaines). Son nom, *tun* (« pierre »), dit la coutume d'ériger chaque vingt *tun* un monument de pierre. On date un jour par sa distance à O_{cm} : le scribe de La Corona (un site archéologique situé au Guatemala) datait « 3 825 ans et 144 jours » (sous-entendu : depuis O_{cm}).



La page 24 de l'*Almanach 53* a permis de comprendre pourquoi un anneau entoure parfois le dernier chiffre d'une durée. La page est divisée en deux. À droite, un tableau de quatre colonnes étale cinq lignes de quatre blocs. Chaque bloc contient une date formée d'une tête **Ahau** précédée d'un composé rouge de points et de barres. Surplombant les blocs, des composés noirs sont des multiples de nombres, notés ici **8;2.0**. ou **13.0**. par exemple.

À gauche figurent trois colonnes de texte. Chacune finit par un bloc analogue à ceux du tableau : un entier (à zéro terminal) surplombant une date **Ahau**, suivie d'une date noire (point/barre+glyphe). Voyons comment les Mayas écrivaient les nombres et les dates.

Écrits en numération vigésimale (« en base 20 ») de position, les nombres mayas disent des durées. L'écriture des chiffres utilise trois signes : zéro, point, barre. Le point vaut une unité, la barre cinq points (19 s'écrit ainsi avec quatre points et trois barres, et 20 avec un point et un zéro ; voir la brochure *Maths en pleines formes Express* publiée par le CIJM en 2022). Les chiffres se placent dans l'ordre croissant ou décroissant des unités de temps. La plus petite est le *kin* (un atome indivisé avant la période hispanique). Le premier ou dernier chiffre est donc celui des *kin*. Si le compte est rond, ce chiffre est zéro. Sinon, de 1 à 19, il s'écrit en points et barres. Le zéro des codex est rouge, en forme de coquille. Le deuxième ou pénultième chiffre est celui des *uinal* (vingtaines de *kin*). Entorse à la vigésimalité, le suivant n'est pas celui des vingtaines de *uinal*, mais celui des *tun*. Puis viennent le chiffre des *katun* (vingtaines de *tun*, 7 200 *kin*) et celui des *baktun* (vingtaines de *katun*, soit 144 000 jours). Le *choltun* n'arrête pas au *baktun*.

Numéroter au jour près parle peu à l'imagination. Pour y remédier, on place les jours dans différents cycles. Notre Jour de l'An 2023 s'appelle « Nouvel An », « Dimanche » (dans le cycle de la semaine) ou « 1^{er}-Janvier » (dans le cycle du

mois). Un Maya utilisait surtout trois cycles. Le *tzolkin*, de formule 13×20 , est un cycle à caractère sacré lié à la divination. Le *haab*, de formule $(18 \times 20) + (1 \times 5)$, est à usage pratique et festif. L'usage simultané des deux génère le troisième, dit *calendar round* (« calendrier circulaire »). Noté CR ou *tzolkin* ⊗ *haab*, il a dix-huit mille neuf cent quatre-vingts jours.

Une date *tzolkin* combine un entier et un nom de jour. On les obtient toutes en puisant en même temps un entier du cycle (1, 13) et un nom du cycle des vingt signes « astrologiques » ci-dessous. Ainsi, le numéro 1 correspond à *1 Imix*, le numéro 2 à **2 Ik**... et le numéro 260 à **13 Ahau**. Le *haab* est une année de dix-neuf périodes : dix-huit *uinal* de vingt jours et un épagomène **Uayeb** de cinq jours (afin de corriger le décalage entre l'année civile et l'année solaire). Les dates *haab* combinent un entier et un nom de période. Les entiers vont de CHUM, « zéro, assise », à 19 pour les vingtaines, et à 4 pour **Uayeb**.

| X ↓ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | | | | | | | |
|--------|-------------------|-----------------|---------------------|------------------|-----------------------|--------------------|-------------------|--------------------|------------------|------------------|---------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
| Y → | Imix ₁ | Ik ₂ | Albbab ₃ | Kan ₄ | Chicchan ₅ | Cimil ₆ | Muuk ₇ | Lamat ₈ | Muh ₉ | Oc ₁₀ | Chuen ₁₁ | Eb ₁₂ | Ben ₁₃ | Ix ₁₄ | Men ₁₅ | Chib ₁₆ | Caban ₁₇ | Etzab ₁₈ | Cauac ₁₉ | Ahau ₂₀ |
| 1 | 1 | 222 | 183 | 144 | 105 | 66 | 27 | 248 | 209 | 170 | 131 | 92 | 53 | 14 | 235 | 196 | 157 | 118 | 79 | 40 |
| 2 | 41 | 2 | 223 | 184 | 145 | 106 | 67 | 28 | 249 | 210 | 171 | 132 | 93 | 54 | 15 | 236 | 197 | 158 | 119 | 80 |
| 3 | 81 | 42 | 3 | 224 | 185 | 146 | 107 | 68 | 29 | 250 | 211 | 172 | 133 | 94 | 55 | 16 | 237 | 198 | 159 | 120 |
| 4 | 121 | 82 | 43 | 4 | 225 | 186 | 147 | 108 | 69 | 30 | 251 | 212 | 173 | 134 | 95 | 56 | 17 | 238 | 199 | 160 |
| 5 | 161 | 122 | 83 | 44 | 5 | 226 | 187 | 148 | 109 | 70 | 31 | 252 | 213 | 174 | 135 | 96 | 57 | 18 | 239 | 200 |
| 6 | 201 | 162 | 123 | 84 | 45 | 6 | 227 | 188 | 149 | 110 | 71 | 32 | 253 | 214 | 175 | 136 | 97 | 58 | 19 | 240 |
| 7 | 241 | 202 | 163 | 124 | 85 | 46 | 7 | 228 | 189 | 150 | 111 | 72 | 33 | 254 | 215 | 176 | 137 | 98 | 59 | 240 |
| 8 | 21 | 242 | 203 | 164 | 125 | 86 | 47 | 8 | 229 | 190 | 151 | 112 | 73 | 34 | 255 | 216 | 177 | 138 | 99 | 60 |
| 9 | 61 | 22 | 243 | 204 | 165 | 126 | 87 | 48 | 9 | 230 | 191 | 152 | 113 | 74 | 35 | 256 | 217 | 178 | 139 | 100 |
| 10 | 101 | 62 | 23 | 244 | 205 | 166 | 127 | 88 | 49 | 10 | 231 | 192 | 153 | 114 | 75 | 36 | 257 | 218 | 179 | 140 |
| 11 | 141 | 102 | 63 | 24 | 245 | 206 | 167 | 128 | 89 | 50 | 11 | 232 | 193 | 154 | 115 | 76 | 37 | 258 | 219 | 180 |
| 12 | 181 | 142 | 103 | 64 | 25 | 246 | 207 | 168 | 129 | 90 | 51 | 12 | 233 | 194 | 155 | 116 | 77 | 38 | 259 | 220 |
| 13 | 221 | 182 | 143 | 104 | 65 | 26 | 247 | 208 | 169 | 130 | 91 | 52 | 13 | 234 | 195 | 156 | 117 | 78 | 39 | 260 |

Ordre « diagonal » des 13×20 dates d'un *tzolkin*
(les vingt signes « astrologiques » du *tzolkin* figurent verticalement).

© D'après André Cauty, 2022

Dates introductrices du calendrier de Vénus

La distance C^{te} du « lundi 01/01/−4713 julien ou 24/11/−4713 grégorien » au « zéro » de la chronologie maya spécifie l'isomorphisme liant *choltun* et le système des jours juliens. Pour convertir les dates mayas en dates grégoriennes, certains utilisent la valeur 584 283 de la constante C^{te} , d'autres $C^{te} = 584\ 285$. On propose la constante $584\ 284 \pm 1$. Retournez en page 24 de l'*Almanach 53*. On lit en bas à gauche trois dates : $D = 4 \text{ Ahau } 8 \text{ Cumku}$, $A = 1 \text{ Ahau } 18 \text{ Kayab}$ et $B = 1 \text{ Ahau } 18 \text{ Uo}$.



Codex de Dresde,
trois dates en bas de la page 24.

© D'après André Cauty (Amerindia), 1998

«Jour zéro» de la chronologie maya, le **4 Ahau 8 Cumku** était au moins aussi parlant pour un Maya que le mardi 11 septembre 2001 pour qui ferait débiter l'histoire du XXI^e siècle au jour des attentats islamistes aux États-Unis. Outre D, A et B, on voit un «anneau (à nœud)» (en rouge) autour du chiffre 0. de la durée $D=6;2.0.$, et deux autres durées (sans anneau): $A=9.9.16;0.0.$ et $B=9.9.9;16.0.$ Égales à 2 200, 1 366 560 et 1 364 360, une soustraction peut les relier.

Calculant les distances (D, A), (A, D), (D, B), (B, D), on constate que seule (D, A), qui est négative, est égale à $D=6;2.0.$, et que $-2\ 200$ fait passer du /12/08/-3113 ± 1/ au /03/08/-3119 ± 1/. Les égalités $2\ 200=10$ (modulo 365) = 120 (modulo 260) confirment les distances de **8 Cumku** (348^e) à **18 Kayab** (338^e) et de 4 Ahau (160^e) à 1 Ahau (40^e). Soit deux translations possibles :

| 1 Ahau 18 Kayab | ← | O _{cm} | → | 7 Ahau 18 Cumku |
|------------------------|-------------------|------------------------|-------------------|------------------------|
| 6;2.0. | = 6;2.0. - | (0/13).0.0;0.0. | + 6;2.0. = | 6;2.0. |
| -2 200 | = 2 200 - | 0 | + 2 200 = | +2 200 |
| 03/08/-3119 ± 1 | ← | 12/08/-3113 ± 1 | → | 20/08/-3107 ± 1 |

© A.C. & J.-M. H., 2023

$A=9.9.16;0.0.$ est le 72^e multiple de la durée 18 980 (52 *haab* ou 73 *tzolkin*) dont les multiples conservent les dates CR. Pour continuer la lecture, il faut puiser un correctif dans le tableau de la page 24, et obtenir des mayanistes une lecture des dates atteintes. Ce travail fructueux entre mathématiciens et mayanistes permet de donner lieu à des conjectures historiques intéressantes, que des recherches supplémentaires permettront de confronter, de confirmer ou d'invalider.



Codex de Dresde,
Les éléments correctifs du tableau de la page 24.

© D'après André Cauty (Amerindia), 1998

On a ainsi montré que l'anneau de **6;2.0.** dit de quel côté aller par rapport au zéro qu'est l'origine **4 Ahau 8 Cumku**. C'est un opérateur unaire, pas un signe de soustraction de deux entiers. Signe de négativité / positivité, il dit : «(x) et (-x) sont l'un plus grand et l'autre plus petit que zéro» : **6;2.0+9.9.16;0.0.=9.9.9;16.0. (≠9.10.2;2.0.)**

Le « nombre anneau » découvert à Xultún (Guatemala)

Jusqu'en 2010, on connaissait une douzaine de « nombres anneaux » du codex de Dresde, et quelques exemples moins clairs du codex de Madrid. En 2010, au cours de fouilles sur le site archéologique de Xultún, l'équipe de l'Américain William Andrew Saturno découvrit des tables numéro-calendaires sur les murs décorés d'une construction codée Structure 10K-2. C'est une maison habitée au début du IX^e siècle par un scribe « compteur de temps ».

Date et « nombre anneau » sur la Structure 10K-2
(site de Xultún, Petén, Guatemala, IX^e siècle).

© D'après un relevé de David Stuart



L'étude des tables fut confiée à l'épigraphiste américain David Stuart. Regardant l'entier **10**, le nom **Cimi**, et une ellipse autour du dernier chiffre de **4.15;5.14.**, il reconnut un « nombre anneau » analogue à ceux du codex de Dresde, dont celui de la page 24. Cette forme épurée fait reculer de 34 314 jours à partir du « jour zéro ». L'égalité «(584 284±1)+(-34 314)=549 970±1 » résume les relations numéro-calendaires qui interprètent l'écriture trouvée sur le site de Xultún. Le copiste du Dresde aurait rétabli [**4 Ahau 8 Cumku**] et peint **10 Cimi** [**4 Cumku**] **4.15;5.14.** le résultat du recul :

| | | |
|-----------------------------------|----------------|-----------------------------------|
| -4.15;5.14. | -4.15;5.14. | [0.0.0;0.0.] |
| 10 Cimi [4 Cumku] | ← | [4 Ahau 8 Cumku] |
| -34 314 = 31/08/-3207 ±1 | -34 314 | O _{cm} = 12/08/-3113 ± 1 |

© A.C. & J.-M. H., 2023

Égal à -254 (modulo 260) et à -4 (modulo 365), le « nombre anneau » $-34\ 314$ fait reculer de deux cent cinquante-quatre places dans le *tzolkin* et de quatre dans le *haab*. Soit encore de **8Cumku** à **4Cumku**, et de **4Ahau** (160^{e} place) à **10Cimi** (166^{e} place), car $160 - 254 = 166$ (modulo 260).

Les Mayas ont utilisé des « nombres anneaux », c'est-à-dire « négatifs ». Ils sont attestés par les découvertes faites sur le site de Xultún, et on en recense une douzaine dans le codex de Dresde. En deux ou trois millénaires d'histoire maya, la notion de négatif apparaît sporadiquement durant les sept ou huit derniers siècles avant l'époque hispanique. La saga mathématique montre qu'il fallut plusieurs siècles aux Chinois et aux Indiens pour passer de la notion de négatif à l'extension des règles de calcul aux entiers relatifs. La graphie épurée (ellipse sans nœud ni couleur) du plus ancien trait de négativité/positivité suggère que la notion avait cours depuis un certain temps. Elle pourrait être du VII^e ou du VIII^e siècle. On ignore si les scribes mayas étendirent l'arithmétique des entiers naturels aux entiers relatifs. Dépendant de découvertes analogues à celle de Xultún, l'avenir dira si les Mayas franchirent ce Rubicon.

A.C. & J.-M. H.

Pour en savoir (un peu) plus

Lire et faire parler un texte. André Cauty, *Amerindia* 23, 1998.

Arithmétique maya. André Cauty, Peter Lang, 2020.

Parlons maya classique. Jean-Michel Hoppan, L'Harmattan, 2014.

Le blog « *Intelligence arithmétique maya* », administré par André Cauty de 2011 à 2013, disponible en ligne.

Les archives numériques du Sedyl (Structure et dynamique des langues), dirigées par Stefano Manfredi et Sophie Vassilaki, disponibles en ligne.