

Thèse de doctorat de l'Université Paris Diderot (Paris 7)

UFR de Physique

Ecole Doctorale : Matière Condensée et Interfaces

Spécialité : acoustique physique

Présentée par :

Alice Bretagne

Pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Paris VII

**Manipulation d'ondes ultrasonores en milieux complexes :
filtrage, guidage et focalisation**

sous la direction d'Arnaud TOURIN

Soutenue le 23 septembre 2011

Devant le jury composé de :

Prof. Xiaoping Jia	Examineur
Dr. Valentin Leroy	Examineur
Prof. Frank Scheffold	Rapporteur
Dr. Bernard Perrin	Examineur
Prof. Arnaud Tourin	Directeur de thèse
Prof. Jérôme Vasseur	Rapporteur

Remerciements

Une thèse est pour tout doctorant une grande aventure scientifique. Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Arnaud Tourin, mon directeur de thèse, pour m'avoir proposé ce sujet passionnant qui m'a fait m'intéresser à différents domaines de la physique. Je le remercie pour la grande confiance qu'il m'a accordée, l'autonomie qu'il m'a laissée et tout le temps qu'il a su me consacrer. Sa rigueur et ses compétences scientifiques ont été une aide précieuse tout au long de ma thèse. Une thèse n'est pas uniquement une aventure scientifique, je tiens également à remercier Arnaud pour ses qualités humaines, il a toujours su me comprendre, me soutenir et m'encourager dans les moments difficiles.

Ce travail ne serait pas ce qu'il est aujourd'hui sans la contribution précieuse de Valentin Leroy. Ses quelques lignes ne suffiront pas à lui exprimer toute ma reconnaissance. Je le remercie chaleureusement de m'avoir initiée au merveilleux monde des bulles. Je le remercie pour sa disponibilité, ses coups de pouce en manip, ses explications physiques ... bref pour tout le soutien qu'il m'a apporté !

Je tiens à remercier Frank Scheffold et Jérôme Vasseur pour le temps qu'ils ont consacré à relire mon manuscrit. Je remercie tout particulièrement Frank Scheffold d'avoir lu ce manuscrit dans une langue qui n'est pas la sienne et de s'être déplacé de Suisse pour la soutenance. Je remercie également Bernard Perrin et Xiaoping Jia de m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury.

Ce travail n'aurait pas vu le jour sans toutes les collaborations. Un grand merci à Patrick Tabeling pour m'avoir ouvert grand les portes de son laboratoire et m'avoir considérée comme un membre à part entière du MMN. Mes premiers pas en microfluidique ont été guidés par Hervé Willaime et Nicolas Pannacci. Je les remercie chaleureusement pour le temps qu'ils m'ont consacré en salle blanche, en manip et pour toutes nos discussions. Un grand merci à Fabrice Monti, ingénieur du laboratoire, pour toute l'aide qu'il m'a apportée. Merci également à tous les membres du MMN pour leur disponibilité, leur accueil, leurs conseils avisés et tous les moments partagés dans la salle café !

Je tiens également à remercier Hélène Montes de m'avoir permis de caractériser mécaniquement nos matériaux. Hélène m'a initiée à la rhéologie et m'a aidée à dépouiller les résultats. Je la remercie chaleureusement pour le temps qu'elle m'a consacré.

D'une manière générale, je souhaite remercier l'ESPCI-ParisTech pour l'environnement très pluridisciplinaire qu'elle offre et la disponibilité de l'ensemble de ses chercheurs.

J'adresse de profonds remerciements à Patricia Daenens pour son aide expérimentale et sa grande disponibilité. Merci également à Mickaël Tanter pour ses conseils avisés et sa disponibilité sur la partie « contrôle de front d'ondes ». Je remercie chaleureusement Abdel Souilah, notre mécanicien, pour tout le temps qu'il a consacré à mes échantillons. Un grand merci également aux administratrices et gestionnaires Delphine Charbonneau, Christelle Jacquet, Stéphanie Andres et Corinne Palescandolo ainsi qu'au personnel technique du laboratoire Pierre et Rosa, sans qui le laboratoire ne pourrait fonctionner.

Je remercie tous mes amis thésards et post-docs que j'ai eu l'occasion de rencontrer au cours de ma thèse. J'ai une pensée spéciale pour Alexandre Aubry, mon illustre ancien de l'équipe ondes en milieux complexes, son écoute, sa gentillesse et son soutien ont été un grand réconfort au cours de ma thèse. Je le remercie d'avoir relu mon manuscrit et d'avoir retapé un nombre certain d'équations lorsqu'un « certain » logiciel avait tout modifié à la dernière minute! Mes pensées vont également à Matthieu, mon co-bureau de la première heure, Fabrice M, Benjamin, Franck, Fabrice L, Sébastien P, Nicolas E, Alexandre L, Bastien qui ont contribué à rendre ses années agréables. Je remercie également tous ceux qui ont partagé mon bureau : Jérôme, Etienne, les deux Eric, Sébastien et Nicolas. Je tiens à remercier tous les membres de l'Institut Langevin que je n'ai pas cités et que j'ai eu le plaisir de côtoyer.

Plus personnellement, je souhaite remercier tous mes amis qui m'ont supportée et soutenue toutes ces années et qui ont toujours cru en moi, je pense notamment à Sophie, Charlotte, Dorothee, Elyes, Jean-Philippe, Laure, Marine, Maéva et JD. Une pensée également pour tous mes amis PC1 et leurs pièces rapportées que je ne citerai pas et avec qui j'ai eu et j'ai encore l'occasion de partager un certain nombre de vendredis et samedis soirs. Je remercie profondément mes parents qui m'ont toujours soutenue et sans qui rien de tout cela n'aurait été possible. Une pensée également pour ma petite sœur Marie qui est toujours à mes côtés ainsi que pour mes grands-parents.

Je terminerai en remerciant de tout mon cœur Geoffroy pour son aide, son soutien et ses encouragements tant d'un point de vue professionnel que personnel au cours de ma thèse et dans la dernière ligne droite. Je tiens à lui témoigner le bonheur que j'éprouve à vivre à ses côtés depuis trois ans. Il n'est pas toujours aisé de mélanger sa vie professionnelle et sa vie personnelle. Je crois que, loin d'être un sujet de discorde, le rapprochement de nos parcours professionnels nous enrichit chaque jour. Je le remercie d'autant plus.

Table des matières

Introduction	5
Chapitre 1 Focalisation à travers un milieu désordonné.....	9
1.1 Etat de l'art	11
1.1.1 Focalisation par loi de retard	11
1.1.2 Focalisation par retournement temporel.....	13
1.1.3 Une nouvelle méthode de focalisation non invasive	16
1.1.4 Le contrôle de front d'onde en optique	17
1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique.....	19
1.2.1 Mise en place de la méthode	19
1.2.2 Enregistrement de la matrice H de transmission	20
1.2.3 Description de l'expérience.....	21
1.2.4 Résultats et interprétation.....	24
1.2.5 Vers un contrôle spatio-temporel ?	29
Chapitre 2 Guidage par le désordre	37
2.1 La localisation transverse	39
2.2 Guidage d'une impulsion ultrasonore large bande par le désordre	42
2.2.1 Matériels et méthodes.....	42
2.2.2 Une réalisation du désordre : aspect temporel	45
2.2.3 Moyenne sur le désordre : aspect spatial.....	48
Chapitre 3 Cristaux phononiques de bulles	55
3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens ».....	57

3.1.1	La bulle en physique des liquides	58
3.1.2	La bulle en acoustique.....	65
3.2	Vers le premier cristal phononique de bulles	72
3.2.1	Les cristaux phononiques	73
3.2.2	Outils d'étude numériques	76
3.3	Le premier cristal phononique de bulles	81
3.3.1	Conception des échantillons.....	82
3.3.2	Cristal monocouche : mise en évidence d'un « gap d'hybridation »	89
3.3.3	Cristaux tridimensionnels : conjugaison des effets résonants et des effets de réseaux	99
3.3.4	Cristaux tridimensionnels : sur-transmission au cœur du « gap d'hybridation »	110
3.4	Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles.....	117
3.4.1	Outil microfluidique.....	117
3.4.2	Montage expérimental.....	119
3.4.3	Résultats expérimentaux	128
3.4.4	Interprétation	130
	Annexe 1 : Méthode de développement en ondes planes	137
	Annexe 2 : Propriétés rhéologiques du PDMS	139
	Conclusion.....	145
	Bibliographie	147

Introduction

Manipuler une onde, c'est la guider, la diriger, la focaliser, la filtrer ou encore l'amplifier ou au contraire l'absorber. Jusqu'à une date récente, il était généralement admis que ces manipulations ne pouvaient être opérées que dans des milieux simples, homogènes ou faiblement hétérogènes, c'est-à-dire des milieux dont la taille caractéristique est inférieure au libre parcours moyen (distance moyenne parcourue par l'onde entre deux événements de diffusion). On assiste depuis une quinzaine d'années à un changement de paradigme : non seulement la complexité du milieu de propagation n'est pas une barrière infranchissable, mais plus encore elle peut être mise à profit pour créer de nouveaux outils de manipulation d'ondes.

Ces dernières années ont vu l'apparition de tels outils. Nombre d'entre eux ont été mis au point par le LOA (Laboratoire Ondes et Acoustique qui s'est rapproché en 2009 du LOP pour créer l'Institut Langevin) dans le domaine des ultrasons, puis des micro-ondes, et sont aujourd'hui en voie d'être transposés en optique. En particulier, l'utilisation de réseaux de transducteurs piézoélectriques réversibles couplés à des électroniques numériques rapides a permis au LOA de réaliser dans les années 90 les premiers « Miroirs à Retournement Temporel » ultrasonores. La mise au point de ces plateformes expérimentales uniques au monde a permis de tester et de développer une grande variété de techniques de manipulation d'ondes : retournement temporel itératif, Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel (DORT), filtre inverse spatio-temporel. Ces plateformes ont également permis d'explorer des problèmes plus fondamentaux, en profitant à cette fin de la souplesse d'utilisation des ultrasons : réversibilité des ondes en régime de diffusion multiple ou dans des cavités chaotiques, enregistrement de l'effet de rétrodiffusion cohérente et de sa brisure, étude des corrélations d'un champ diffus.

Ces différentes études ont contribué à battre en brèche une idée longtemps répandue : lorsqu'on cherche à manipuler une onde, en particulier à la focaliser à un endroit donné, la complexité du milieu de propagation peut être vue non pas tant comme une difficulté à pallier que comme une donnée dont on peut tirer profit. En effet, la complexité accroît le nombre de degrés de liberté dont on dispose pour contrôler la propagation. C'est ainsi par exemple que le nombre de taches focales indépendantes que l'on peut créer à travers un milieu hétérogène diffusant peut être bien supérieur à celui que l'on obtient dans milieu homogène.

Au cours de cette thèse, je me suis attachée à exploiter cette idée originale pour, non seulement focaliser une onde de façon très précise, mais aussi apprendre à la guider ou la filtrer. Autrement dit, mes travaux se sont articulés autour de la question centrale suivante : comment peut-on exploiter la complexité d'un milieu pour « faire faire à une onde ce que l'on veut » ?

La question sous-jacente qui se pose alors est la suivante : comment construire des échantillons présentant des propriétés intéressantes ? Généralement, la prédiction de phénomènes physiques est bien antérieure à la première observation expérimentale. Cela a été le cas par exemple pour les cristaux photoniques, les métamatériaux, les cristaux phononiques, etc. A l'heure actuelle, les avancées dans ces domaines restent limitées par la technique. Aujourd'hui un des enjeux de la physique expérimentale est donc la réalisation de matériaux dont les propriétés sont contrôlables. Au cours de cette thèse, la conception de nouveaux matériaux aux propriétés acoustiques intéressantes a bien évidemment été guidée par notre connaissance de la physique des ondes mais elle n'aurait pas été réalisable sans faire appel à d'autres domaines de la physique et de la chimie. J'ai ainsi été amenée à acquérir des compétences à la fois théoriques et expérimentales en microfluidique, en rhéologie des polymères ou encore en physique des mousses pour concevoir et réaliser ces nouveaux matériaux. Ceci a été rendu possible par l'environnement pluridisciplinaire offert par l'ESPCI et la disponibilité des ses chercheurs.

Dans la première partie, nous étudions une nouvelle technique de focalisation qui, tout à la fois, pallie et exploite la complexité du milieu de propagation : la focalisation par contrôle de front d'ondes. Cette technique a été mise au point en acoustique par Mickaël Tanter pour apprendre à focaliser au sein de milieux biologiques de façon non invasive. Une méthode analogue a été récemment proposée en optique pour focaliser un faisceau à travers un milieu opaque. Au cours de ma thèse, j'ai donc adapté la méthode imaginée par Mickaël Tanter au contexte de la focalisation à travers des milieux multiplement diffuseurs et j'ai comparé les performances de cette méthode avec celles du retournement temporel, tant sur un plan pratique que théorique.

Dans la seconde partie, nous montrons comment piloter par le désordre le guidage d'une onde. J'étudie pour cela la propagation d'une onde ultrasonore le long d'une collection de diffuseurs cylindriques, ces derniers étant répartis de façon aléatoire dans le plan transverse. L'idée est d'exploiter le régime de localisation transverse, prédit en 1989 par le

Professeur Ad Lagendijk, pour apprendre à confiner le faisceau ultrasonore sur un diamètre inférieur au diamètre de l'échantillon et piloté par la longueur de localisation.

Enfin, dans la troisième partie, qui est aussi celle à laquelle nous avons consacré le plus de temps, nous montrons comment concevoir des assemblées, périodiques ou désordonnées, de diffuseurs résonants, qui filtrent efficacement une onde acoustique. C'est principalement dans cette partie que j'ai mis à profit mes compétences pluridisciplinaires acquises tout au long de ma thèse. J'ai en particulier réalisé les premiers cristaux phononiques de bulles à partir de bulles d'air emprisonnés dans des matrices élastomères. Nous verrons que ces matériaux empruntent à la fois aux propriétés des métamatériaux et des cristaux phononiques.

Chapitre 1 Focalisation à travers un milieu désordonné

La nature a sélectionné différents types d'ondes pour aider l'homme à observer son environnement et à communiquer avec ses semblables. Les images que nous percevons visuellement utilisent des ondes optiques, tandis que ce sont les ondes acoustiques qui sont à la base de la communication orale entre individus. A l'échelle des ultrasons, l'acoustique peut être aussi utilisée pour faire des images, et en particulier pour voir au sein du corps humain : c'est le domaine de l'échographie ultrasonore.

Qu'il s'agisse d'optique ou d'acoustique, la réalisation d'une image requiert l'utilisation d'un dispositif de focalisation capable de « concentrer les rayons venant d'un point de l'objet vers un point de l'image ». De la qualité de la focalisation dépend la finesse de résolution de l'image. En l'occurrence, ces dispositifs (lentilles en optique, réseaux échographiques en acoustique ultrasonore) possèdent des limites intrinsèques, en particulier liées à leur ouverture finie. Mais surtout, ils ne permettent effectivement de focaliser que si le milieu de propagation est homogène ou faiblement hétérogène. Plus précisément, dans le cas d'un milieu hétérogène, la focalisation devient impossible lorsque l'épaisseur de celui-ci vient à excéder le libre parcours moyen, c'est-à-dire la distance moyenne entre deux événements de diffusion.

C'était en tout cas ce que l'on pouvait penser jusqu'à ce qu'apparaissent ces dernières années de nouvelles techniques de focalisation fondées sur l'invariance par renversement du temps et la réciprocity de l'équation d'onde. Ces techniques reposent sur l'utilisation des Miroirs à Retournement Temporel (MRT) inventés au laboratoire Ondes et Acoustique [1],

[2], [3]. Un MRT est un instrument capable de capter une onde à spectre large et de la réémettre dans une chronologie inverse pour la contraindre à revivre son passé et à refocaliser sur la source qui lui a donné naissance. Les MRT se sont avérés des outils très robustes pour focaliser, y compris dans des milieux multiples diffuseurs et/ou réverbérants, une onde acoustique [4] ou électromagnétique [5]. Plus étonnant encore, il a été prouvé que la complexité du milieu peut être mise à profit pour focaliser avec une résolution spatiale meilleure que celle obtenue en milieu homogène [6].

Cette technique de retournement temporel nécessite toutefois de mesurer la dépendance temporelle des ondes sur un ensemble de capteurs (typiquement dans le domaine du MHz pour les ultrasons ou du GHz pour les micro-ondes dans la bande WiFi) et de les renvoyer après les avoir retournées temporellement. Il est donc difficile de la transposer directement à l'optique, domaine où les détecteurs ne sont sensibles qu'à l'intensité moyenne du champ. En revanche, pour des signaux monochromatiques, on peut, en utilisant le concept de miroir à conjugaison de phase, réaliser une opération similaire.

Une première expérience de focalisation de la lumière en milieu turbide a été réalisée en 2007 à l'aide d'un modulateur spatial de phase [7]. Vellekoop et al. ont montré qu'il est possible de focaliser la lumière à travers un milieu turbide diffusant en façonnant de manière itérative le front d'onde incident afin de maximiser l'intensité dans la tache focale. A la même époque, une technique de maximisation d'intensité analogue a été brevetée en acoustique dans notre laboratoire [8] dans le contexte de l'imagerie médicale ultrasonore. A la suite des premiers travaux de Vellekoop, plusieurs équipes ont étendu ces approches pour adresser une source fluorescente dans un milieu [9], focaliser à la limite de diffraction [10], créer des pinces optiques [11] ou réaliser une conjugaison de phase digitale [12].

L'un des objectifs de ma thèse était de mettre en œuvre expérimentalement cette nouvelle technique de focalisation par contrôle de front d'ondes pour des ultrasons se propageant dans des milieux multiples diffuseurs. Je me suis en particulier attachée à comparer les performances de la focalisation par retournement temporel et par contrôle de front d'ondes, tant d'un point de vue expérimental que théorique. Ce travail a permis de mettre en lumière l'importance de contrôler à la fois la phase et l'amplitude de l'onde incidente, chose qu'il n'est pas encore aisé de réaliser aujourd'hui en optique.

1.1 Etat de l'art

1.1 Etat de l'art

1.1.1 Focalisation par loi de retard

Les ultrasons représentent un outil de choix pour inspecter les milieux les plus divers. Ils sont en particulier utilisés en imagerie médicale ou en contrôle non destructif de matériaux. Dans la pratique, pour des fréquences ultrasonores usuelles dans la gamme du MHz, les tissus mous du corps humain et la plupart des métaux et alliages peuvent être modélisés comme des assemblées aléatoires de diffuseurs de Rayleigh, c'est-à-dire de taille très petite devant la longueur d'onde. Compte tenu du faible pouvoir diffusant de ces obstacles, l'épaisseur du milieu est dans la pratique très supérieure au libre parcours moyen. C'est-à-dire que l'on peut généralement faire l'approximation de diffusion simple : en moyenne, on peut considérer que l'onde n'est pas diffusée avant d'atteindre la zone focale. Pour focaliser dans un tel milieu, il suffit alors d'appliquer une loi de retard électronique, ou sur les échographes les plus perfectionnés une loi de retard numérique sur chacun des éléments du réseau de transducteurs piézoélectriques pour faire arriver tous les signaux en phase en un même point (Figure 1-1). Les signaux rétrodiffusés dans cette zone sont captés par le réseau de transducteurs piézoélectriques et sont utilisés pour former l'image échographique.

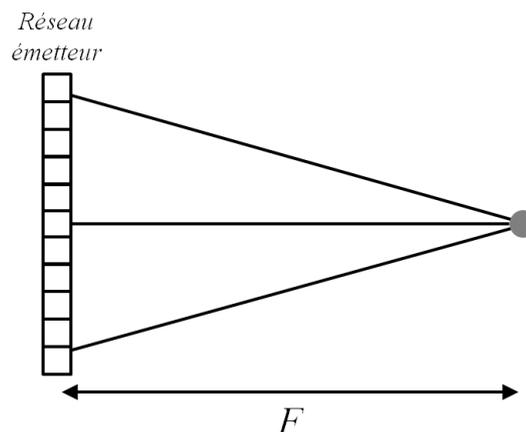


Figure 1-1 : Focalisation à travers un milieu homogène à l'aide d'un réseau de transducteurs.

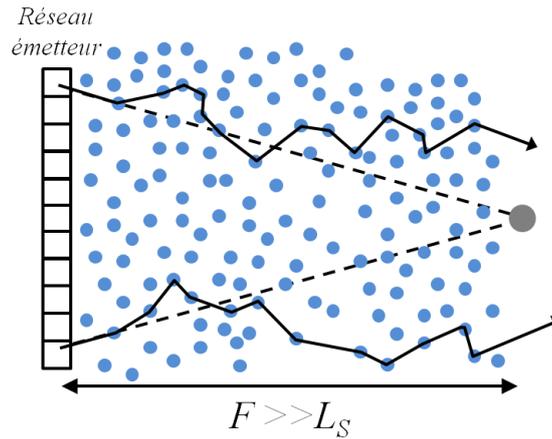


Figure 1-2 : Focalisation derrière un milieu dont l'épaisseur est supérieure au libre parcours moyen. En pointillés est représentée la loi de retard qui permettrait de focaliser à travers un milieu homogène, en traits pleins les chemins parcourus réellement dans le milieu.

Pour des milieux dont l'épaisseur devient supérieure au libre parcours moyen, il n'est plus possible de synchroniser en phase des signaux en un point en appliquant simplement des lois de retard géométriques sur des réseaux de transducteurs (Figure 1-2). L'insonification d'un tel milieu avec une simple loi de retard géométrique ne conduit en effet qu'à créer une répartition aléatoire d'intensité de l'autre côté du milieu.

En effet pour aller d'un point S et un point R situés de part et d'autre d'un tel milieu (Figure 1-3), l'onde incidente issue de S peut emprunter une infinité de chemins p . Le champ ϕ diffusé enregistré par R est la somme des ondes partielles A_p liées à chacun de ces chemins.

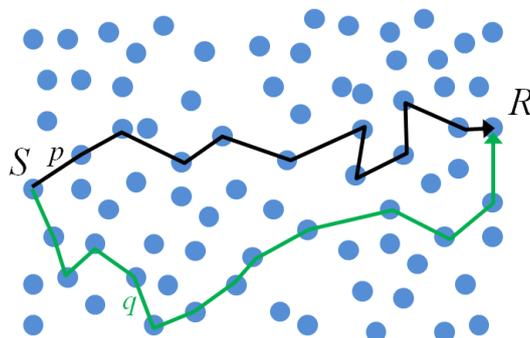


Figure 1-3 : Propagation d'une onde en milieu multidiffuseur imagée à l'aide de chemins. Les traits noir (p) et vert (q) représentent deux chemins différents que peut emprunter l'onde entre les points S et R .

1.1 Etat de l'art

L'intensité I reçue en R s'écrit alors :

$$I = |\phi|^2 = \left| \sum_p A_p \right|^2 = \sum_p |A_p|^2 + \sum_p \sum_{p \neq q} A_p A_q^* \quad (1-1)$$

Elle s'écrit donc comme la somme de deux termes représentant respectivement les intensités incohérente et cohérente. L'intensité incohérente est à l'origine d'un fond continu. L'intensité cohérente correspond quant à elle aux interférences entre ondes partielles liées à des chemins de diffusion distincts (p et q) et dépend donc, pour un point d'observation donnée, de la différence de phase entre les chemins p et q , différence de phase qui peut être traitée comme une variable aléatoire.

Pour une réalisation du désordre, l'intensité présente de fortes fluctuations selon la position du récepteur : cette distribution spatiale d'intensité est appelée le speckle ultrasonore.

La focalisation à travers un tel milieu peut donc sembler impossible, mais en dépit de la complexité de la propagation, deux propriétés essentielles sont préservées : l'invariance par renversement du temps et la réciprocité. Celles-ci ont été mises à profit pour développer une méthode de focalisation qui, non seulement rattrape les diffusions dans le milieu, mais plus encore en tire profit pour créer des taches focales bien plus fines qu'en milieu homogène. Dans la suite, nous rappelons brièvement le principe de la méthode et son application à la focalisation dans les milieux multidiffuseurs.

1.1.2 Focalisation par retournement temporel

1.1.2.1 Principe

La propagation linéaire des ultrasons en milieu fluide hétérogène non dissipatif est gouvernée par l'équation suivante :

$$\rho(\vec{r}) \operatorname{div} \left(\frac{\overrightarrow{\operatorname{grad}}(p(\vec{r}, t))}{\rho(\vec{r})} \right) - \frac{1}{c^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1-2)$$

Dans cette équation, $p(\vec{r}, t)$ correspond au champ de pression acoustique, $\rho(\vec{r})$ à la distribution de densité du milieu et $c(\vec{r})$ à sa distribution de célérité. Cette équation est invariante par renversement du temps. En effet, si $p(\vec{r}, t)$ est solution de l'équation, alors $p(\vec{r}, -t)$ l'est également puisque $\frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p(\vec{r}, -t)}{\partial t^2}$. Pour toute onde divergente $p(\vec{r}, t)$ il existe donc une onde duale $p(\vec{r}, -t)$ qui converge vers sa source.

Pour réaliser une expérience de retournement temporel, il n'est heureusement pas nécessaire de connaître l'expression du champ de pression en tout point de l'espace. En exploitant le théorème intégral d'Helmholtz-Kirchhoff, D. Cassereau et M. Fink [13] ont en effet montré qu'il suffisait de connaître le champ et sa dérivée normale sur une surface entourant la source pour effectuer une opération de retournement temporel. Ils ont ainsi introduit le concept de « cavité à retournement temporel ».

Expérimentalement, il faut donc, *a priori*, recouvrir une surface entourant le point source de capteurs sensibles au champ de pression et à sa dérivée normale, et procéder en deux étapes :

- la première étape consiste à émettre du point source une impulsion de durée δt et à enregistrer sur chacun des capteurs le champ de pression et sa dérivée normale pendant une durée T ;
- dans une deuxième étape, le champ de pression et sa dérivée normale sont retournés temporellement et réémis par chacun des capteurs. Sous réserve de l'invariance du milieu par retournement temporel, l'onde revit son parcours en sens inverse et converge vers le point d'émission en créant autour de lui une tache focale dont la largeur à mi-hauteur est limitée par la diffraction à $\frac{\lambda}{2}$ où λ est la longueur d'onde correspondant à la fréquence centrale de l'impulsion.

En pratique, nous ne disposons pas de cavité à retournement temporel mais seulement de réseaux de transducteurs qui ne couvrent qu'une partie de l'espace et qui ne sont sensibles qu'à la pression. C'est ce que l'on appelle les Miroirs à Retournement Temporel (MRT). Ces MRT ont une ouverture limitée et ne peuvent donc pas, contrairement à la cavité à retournement temporel, enregistrer l'onde ultrasonore divergente sur 4π stéradians. Il en résulte une perte d'informations qui cause une dégradation de la focalisation. Dans l'approximation de Fresnel, la résolution spatiale optimale d'un MRT en milieu homogène est

1.1 Etat de l'art

donnée par la largeur à mi-hauteur de la tache focale, soit $\delta = \frac{\lambda F}{D}$, avec F la distance du MRT au point focal et D la taille du MRT. La longueur temporelle de l'impulsion recréée au point source est quant à elle limitée par l'autocorrélation des réponses acousto-électriques des transducteurs [14].

1.1.2.2 Focalisation à travers un milieu multidiffuseur

C'est en 1995 que la toute première expérience de retournement temporel à travers un milieu multidiffuseur a été réalisée par Arnaud Derode [4]. Une telle expérience peut être décrite de la façon suivante : un transducteur émet une impulsion brève de durée δt , le signal transmis à travers le milieu multidiffuseur est enregistré par le MRT pendant une durée $T \gg \delta t$, puis les signaux enregistrés par chacun des capteurs sont retournés temporellement et réémis par le MRT. Le signal transmis à travers le milieu est alors enregistré dans le plan focal (Figure 1-4).

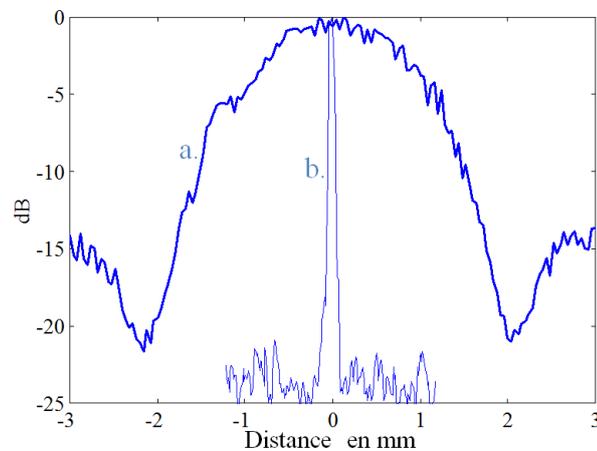


Figure 1-4 : Focalisation par retournement temporel obtenue dans l'eau expérimentalement (courbe a.) et le résultat de la même expérience au travers d'un milieu multidiffuseur (courbe b.).

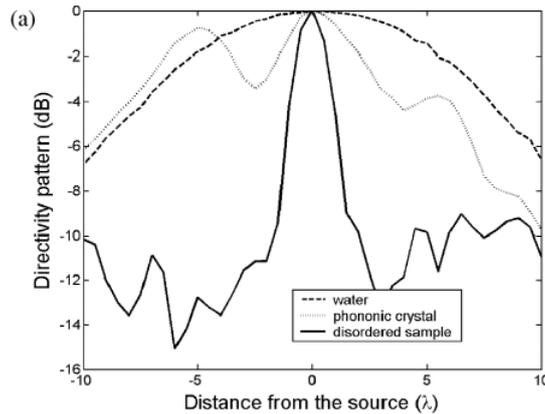


Figure 1-5 : Figure issue de [15]. Focalisation par retournement temporel. En trait discontinu la tache focale obtenue dans l'eau, en pointillé, la tache au travers du cristal phononique, en trait plein la tache focale au travers d'un milieu multidiffuseur.

La tache focale obtenue est de largeur bien plus faible que celle obtenue en milieu homogène (Figure 1-4). Il a été montré que cet effet « d'hyperfocalisation » tient à la complexité du milieu qui permet d'agrandir virtuellement la dimension du MRT et ainsi d'améliorer la focalisation spatiale. La largeur de la tache focale ne dépend plus de la taille du MRT mais des propriétés du milieu de propagation. Ce dernier doit être en particulier suffisamment grand pour intercepter la totalité du spectre angulaire de la source. Cependant, Arnaud Tourin a montré que l'effet de taille du milieu n'est pas suffisant. Une répartition aléatoire des diffuseurs doit être privilégiée. Remplacer un milieu désordonné par un cristal phononique, c'est-à-dire répartir les mêmes diffuseurs de façon périodique, fait perdre l'effet d'hyperfocalisation [15] (Figure 1-5).

L'épaisseur du milieu de propagation doit être suffisamment grande devant le libre parcours moyen pour que l'onde transmise soit multiples fois diffusée et que les composantes angulaires du spectre émis soient efficacement redistribuées. On peut alors montrer que la largeur de la tache focale obtenue dans une telle expérience est un estimateur de la fonction de corrélation spatiale du champ diffusé.

1.1.3 Une nouvelle méthode de focalisation non invasive

La focalisation par retournement temporel est une méthode efficace pour focaliser à travers un milieu multidiffuseur. Cependant, l'utilisation de cette technique nécessite de pouvoir émettre un signal du point focal ou, en exploitant le principe de réciprocité spatiale, d'être capable d'enregistrer au point focal un signal temporel issu du réseau de transducteurs.

1.1 Etat de l'art

Il faut donc placer au point focal une source, un récepteur ou au moins un diffuseur jouant le rôle de source secondaire. Or, cela peut s'avérer impossible dans certains cas pratiques.

Dans cet esprit, une nouvelle méthode de focalisation non invasive a été récemment imaginée par Urban [16] pour apprendre à focaliser dans les tissus biologiques. Elle repose sur l'utilisation de la pression de radiation créée au point focal. Le déplacement des tissus que celle-ci induit est proportionnel à l'énergie ultrasonore en ce point. Or, ce déplacement peut être mesuré de façon non invasive par corrélation d'images échographiques successives du milieu. L'idée est donc de déterminer de façon itérative la loi de retard optimale qui maximise le déplacement au point focal. Afin de valider le principe de la méthode, les auteurs ont placé derrière le milieu hétérogène une cible sphérique réfléchissante au point focal souhaité. Un réseau échographique annulaire composé de 10 éléments est utilisé pour insonifier le milieu. Le déplacement de la cible induit par le faisceau ultrasonore est mesuré optiquement. On fait varier la phase de l'émetteur n° i entre 0 et 2π et le déplacement de la cible est mesuré pour chaque nouvelle phase. La phase qui induit le déplacement maximum est conservée. Puis, on passe à l'élément n° $i+1$ et on détermine la phase optimale qu'il faut lui appliquer en répétant le même procédé.

Cette méthode présente l'avantage d'être non invasive mais nécessite un grand nombre d'itérations. De plus, si le nombre d'émetteurs est élevé, la contribution relative d'un élément à l'énergie totale est faible si bien que les variations de l'énergie sont à peine détectables et l'optimisation de la phase peut alors se révéler impossible. M. Tanter et ses collaborateurs ont proposé une variante de cette méthode qui présente l'avantage de réduire considérablement le nombre d'itérations et d'accroître la sensibilité [17]. Pour cela, au lieu d'optimiser la phase de chaque émetteur un par un de manière itérative, ils optimisent la phase de chacun des éléments en même temps en utilisant à cette fin une série d'émissions codées. En outre, ils déterminent également l'amplitude optimale à émettre sur chacun des éléments du réseau. Dans la suite (1.2), nous montrons comment nous avons transposé cette technique pour focaliser à travers un milieu multiplement diffuseur.

1.1.4 Le contrôle de front d'onde en optique

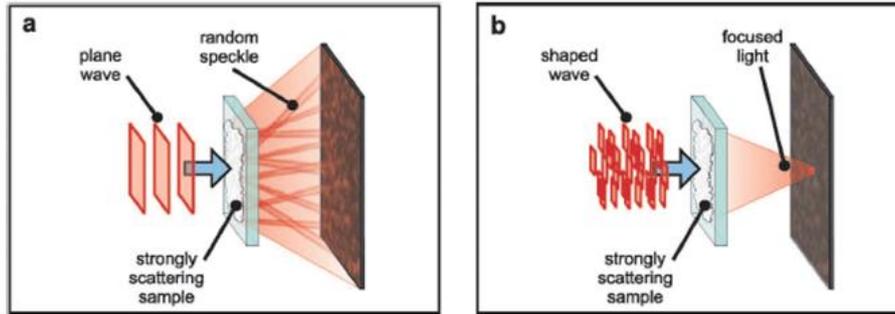


Figure 1-6 : Figure issue de [7]. Contrôle cohérent du front d'onde optique. A gauche, une onde plane illumine un milieu multidiffuseur et des tavelures sont observées sur une caméra placée en regard du milieu. A droite, après optimisation du front d'onde, la lumière est focalisée sur un grain de speckle.

Une méthode analogue à celle décrite dans le paragraphe précédent a été développée par I. Vellekoop et ses collaborateurs pour focaliser de la lumière à travers un milieu opaque. Cette méthode a été baptisée par ses auteurs « focalisation par contrôle de front d'ondes [7] ». Nous utiliserons la même terminologie dans la suite de ce chapitre.

Le principe consiste à moduler le front d'onde qui illumine le milieu opaque à l'aide d'un modulateur spatial de lumière (SLM). La phase optimale de chacun des éléments du SLM est obtenue à partir d'un schéma itératif : on fait varier la phase de l'élément $n^{\circ}i$ entre 0 et 2π . La phase qui permet de maximiser l'énergie au point focal est conservée. Le même procédé est répété pour chaque pixel (ou groupe de pixels) du SLM. Il est alors possible de construire le champ incident adapté au milieu diffusant qui va se concentrer au point focal en y maximisant l'énergie (Figure 1-6b.).

Plus récemment, S. Popoff et ses collaborateurs ont développé une méthode de focalisation fondée sur la mesure de la matrice de transmission d'un milieu optiquement opaque [18]. Cet enregistrement repose sur une technique interférométrique et l'utilisation d'émissions codées analogues à celles utilisées pour la méthode de focalisation non invasive développée en acoustique [17]. La matrice relie pour une fréquence donnée une série de points à l'entrée du milieu avec une série de points à sa sortie. Une fois la matrice enregistrée, il est possible d'apprendre à focaliser sur l'un des points de sortie. Le principe consiste à utiliser comme signal d'émission la colonne de la matrice qui relie ce point de sortie aux points d'entrée et dont les éléments ont été conjugués en phase. Ce travail ouvre donc la voie à la transposition à l'optique des techniques de focalisation par retournement temporel développées en acoustique; à la nuance de taille près que définir le retourné temporel de la réponse ondulatoire entre le point de focalisation et le plan d'émission consiste non seulement à conjuguer la phase des éléments de ladite réponse mais aussi à laisser les

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

amplitudes de celle-ci inchangées. Or, il est aujourd'hui difficile de contrôler concomitamment phase et amplitude au moyen d'un SLM. Dans l'expérience, les amplitudes émises sont donc égales en chaque point du front d'onde incident. Sur la base d'expériences réalisées en acoustique, nous allons voir que la loi d'amplitude joue un rôle important.

L'acoustique est en effet un domaine où les techniques de focalisation par retournement temporel et par contrôle de front d'ondes peuvent être toutes deux implémentées, et ce en régime monochromatique comme en régime large bande. Nous nous sommes donc fixés comme objectif d'une part de comparer les performances des techniques de focalisation par retournement temporel et par contrôle de front d'ondes et d'autre part d'étudier, pour cette deuxième technique, l'effet de l'absence de contrôle sur l'amplitude.

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

1.2.1 Mise en place de la méthode

Un dispositif classique de retournement temporel d'ondes ultrasonores en transmission à travers un milieu multidiffuseur est le suivant : deux barrettes échographiques A et B sont placées à une dizaine de centimètres de part et d'autre du milieu d'étude, l'ensemble étant immergé dans l'eau. Une voie $n^{\circ}i$ du réseau de transducteurs A émet une impulsion brève δt et le signal transmis est enregistré sur tous les transducteurs du réseau B sur une durée $T \gg \delta t$. Les signaux sont retournés temporellement puis réémis par les transducteurs du réseau B qui jouent à présent le rôle d'émetteurs. Le signal résultant est alors enregistré par chacun des transducteurs du réseau A . Il est ainsi possible de déterminer la qualité de la focalisation par retournement temporel en mesurant la durée de l'impulsion recréée sur la voie $n^{\circ}i$, la largeur de la tache focale obtenue et l'amplitude des lobes secondaires spatiaux et temporels.

Notre objectif est de comparer expérimentalement la focalisation par retournement temporel avec une méthode de focalisation par contrôle de front d'onde. Nous devons donc être capables, toutes choses égales par ailleurs, de comparer les énergies au point focal pour chacune de ces deux méthodes. Or, les électroniques multivoies classiquement utilisées au laboratoire ne sont pas parfaitement linéaires. En outre, les différences de sensibilité d'un élément d'une barrette à l'autre peuvent être importantes.

Pour éviter d'introduire des biais dans cette comparaison, nous avons donc préféré faire de « l'ouverture synthétique ». C'est-à-dire que nous avons utilisé un unique émetteur et un unique récepteur que l'on a déplacés pour simuler des réseaux émetteur et récepteur placés de part et d'autre du milieu. Nous expliquons dans la suite comment une expérience de retournement temporel peut être réalisée dans cette configuration au moyen de la mesure de la matrice de transmission.

1.2.2 Enregistrement de la matrice H de transmission

Dans l'eau, deux transducteurs identiques sont donc placés de part et d'autre du milieu d'étude et peuvent se déplacer de manière contrôlée parallèlement au milieu (Figure 1-7). Une impulsion brève est émise par l'émetteur situé à la position i et la réponse est enregistrée par le récepteur situé à la position j ; on la note $h_{ij}(t)$. Cette réponse impulsionnelle prend en compte l'ensemble des effets de propagation dans le milieu considéré ainsi que les réponses acousto-électriques des transducteurs. Comme les transformations sont supposées linéaires et invariantes par translation dans le temps, les $I \times J$ fonctions temporelles $h_{ij}(t)$ ($i \in \{1, \dots, I\}, j \in \{1, \dots, J\}$) peuvent décrire n'importe quelle opération d'émission-réception dans une telle configuration. L'opération est répétée pour I positions i et J positions j de manière à obtenir la matrice de propagation H . Une fois la matrice H acquise, il nous est alors possible de connaître sur chacune des J positions de réception le signal $r_j(t)$ enregistré après propagation d'un ensemble de signaux $e_i(t)$ émis par l'ensemble des positions I d'émission :

$$r_j(t) = \sum_i e_i(t) * h_{ij}(t) \quad (1-3)$$

qui s'écrit dans le domaine de Fourier :

$$R_j(\omega) = \sum_i E_i(\omega) \times H_{ij}(\omega) \quad (1-4)$$

Nous utiliserons préférentiellement cette dernière expression dans nos traitements numériques pour une raison de rapidité de calcul.

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

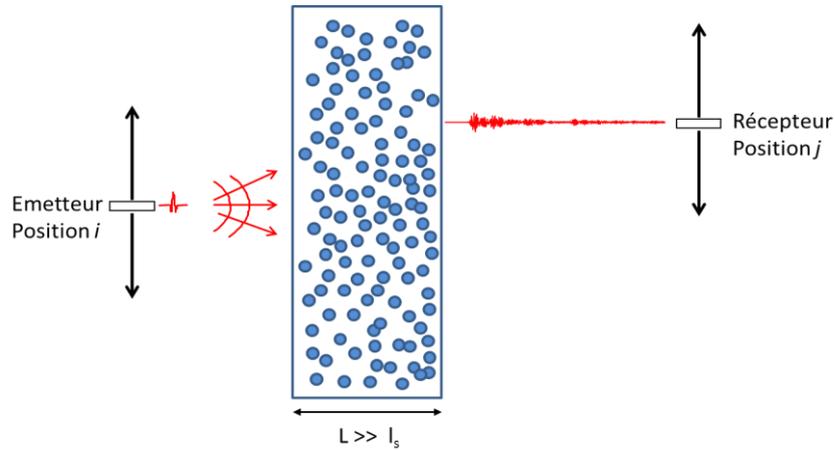


Figure 1-7 : Schéma du protocole expérimental. Un transducteur émetteur et un transducteur récepteur sont placés de part et d'autre d'un milieu multidiffuseur. Une impulsion est émise par le transducteur n° i , le signal multidiffusé est enregistré par le transducteur n° j .

1.2.3 Description de l'expérience

Nous souhaitons focaliser une onde ultrasonore à travers un milieu fortement multidiffuseur pour lequel nous n'avons plus d'onde balistique en transmission. Pour cela, nous utilisons un échantillon de 80 mm d'épaisseur constitué de tiges cylindriques de diamètre 0.8 mm, de densité 19 tiges par cm^2 réparties aléatoirement. Le libre parcours moyen pour cet échantillon vaut 4 mm. Nous enregistrons la matrice H de la manière décrite précédemment à l'aide de deux transducteurs identiques de fréquence centrale 3.5 MHz que l'on déplace sur 128 positions avec un pas de 0.4 mm. Le transducteur émetteur est relié à un générateur permettant de créer une impulsion gaussienne de 3 arches de sinusoïde à 3.5 MHz. Le transducteur récepteur est relié à un oscilloscope qui nous permet d'enregistrer le signal transmis pendant 1 ms à la fréquence d'échantillonnage de 10 MHz. Une fois la matrice H enregistrée expérimentalement, il est alors possible de propager numériquement un signal d'émission quelconque à travers le milieu et d'acquérir la réponse correspondant sur les 128 positions de réception. C'est de cette manière que nous avons réalisé toutes nos expériences de focalisation.

Le principe de la technique d'optimisation des phases et des amplitudes d'émission pour maximiser l'énergie au point focal est développé ci-après pour un signal monochromatique. Nous omettons la dépendance en fréquence pour plus de lisibilité.

Nous cherchons à déterminer l'amplitude complexe $V_n = v_n e^{i\phi_n}$ émise par chacune des positions d'émission qui maximise l'énergie au point focal. Pour cela nous construisons des émetteurs virtuels définis comme une combinaison linéaire des différentes positions i d'émission ; ceci permet d'augmenter significativement la sensibilité de la méthode par rapport à un traitement élément par élément. Nous allons ensuite déterminer l'amplitude complexe $W_n = w_n e^{i\psi_n}$ que le transducteur virtuel n° n doit émettre pour maximiser l'énergie au point focal. Pour cela, nous choisissons de prendre comme coefficients de ces combinaisons linéaires les colonnes $T_n (n \in \{1, \dots, N\})$ d'une matrice T de Hadamard, ce qui permet d'avoir une amplitude d'émission maximale pour chacun des transducteurs. On notera $Y_n = y_n e^{i\varphi_n}$ l'amplitude complexe reçue au point focal lorsque T_n est émis par le transducteur virtuel n° n . Puis, en prenant la première colonne comme référence, nous fabriquons $4N$ émissions codées que l'on va émettre à travers le milieu :

$$C_n^{(\delta)} = T_1 + T_n e^{i\delta} \quad (1-5)$$

où $n \in \{1, \dots, N\}$ et $\delta \in \left\{0, \pi, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right\}$.

On note $A_n^{(\delta)}$ l'amplitude reçue au point focal après chaque émission puis propagation dans le milieu :

$$A_n^{(\delta)} = y_1 e^{i\varphi_1} + y_n e^{i(\varphi_n + \delta)} \quad (1-6)$$

L'intensité mesurée au point focal s'écrit alors :

$$I_n^{(\delta)} = y_1^2 + y_n^2 + 2y_1 y_n \cos(\varphi_1 - \varphi_n - \delta) \quad (1-7)$$

L'amplitude complexe $W_n = w_n e^{i\psi_n}$ émise par le transducteur virtuel n° n qui maximise l'énergie au point focal est alors donnée par les expressions suivantes :

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

$$w_n = y_n = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{I_n^0 + I_n^\pi - \frac{I_1^0}{2}} \quad (1-8)$$

$$\psi_n = -\varphi_n = \arctan\left(\frac{I_n^{\frac{\pi}{2}} - I_n^{-\frac{\pi}{2}}}{I_n^0 - I_n^{\pi i}}\right) \quad (1-9)$$

Finalement, l'amplitude complexe $V_n = v_n e^{i\phi_n}$ à émettre par chacun des transducteurs d'émission est déterminée par un simple changement de base : $V_n = TW_n$.

Nous sommes ainsi capables pour chaque fréquence de la bande passante d'émission de déterminer l'amplitude et la phase optimales à faire émettre à chacun des transducteurs pour maximiser l'énergie au point focal.

Dans la pratique, nous nous fixons par exemple comme objectif de maximiser l'énergie sur le transducteur n° 64. Pour cela, nous propageons numériquement les $4N$ émissions codées $s_n^\delta(t) = C_n^{(\delta)} e^{2i\pi f t}$ pour $f=3.5\text{MHz}$. C'est-à-dire que nous effectuons l'opération $r_{64}(\omega) = \sum_n C_n^{(\delta)} \times H_{n64}(\omega)$. Nous en déduisons l'énergie $|r_{64}^\delta(\omega)|^2$ mesurée à la position n° 64 pour les $4N$ émissions et déduisons des formules (1-8) et (1-9) les phases et amplitudes optimales à faire émettre aux émetteurs virtuels. En revenant dans la base des transducteurs, nous déterminons finalement l'amplitude et la phase à faire émettre à chacun d'eux, soit $V_n = v_n e^{i\phi_n}$ pour le transducteur n° n .

Nous propageons ensuite numériquement l'ensemble de ces signaux optimaux normalisés de manière à ce que l'énergie du signal d'émission soit égale à 1, c'est-à-dire que chaque transducteur n émet le signal $S_n^{(1)}(t) = \frac{v_n e^{i(\omega t + \phi_n)}}{\sqrt{\sum_n v_n^2}}$.

Afin d'étudier l'influence de l'optimisation de l'amplitude à énergie totale transmise constante, nous propageons numériquement une seconde série de signaux pour laquelle les phases ont été optimisées mais les amplitudes sont toutes identiques, soit $S_n^{(2)}(t) = \frac{e^{i(\omega t + \phi_n)}}{\sqrt{N}}$.

Enfin, nous simulons une expérience de conjugaison de phase. Le signal réémis après la phase d'apprentissage est lui aussi normalisé par l'énergie d'émission : $S_n^{(3)}(t) = \frac{H_{n64}^* e^{i\omega t}}{\sqrt{\sum_m |H_{m64}|^2}}$.

1.2.4 Résultats et interprétation

Nous avons donc, comme décrit précédemment, enregistré la matrice H du milieu multidiffuseur derrière lequel on souhaite focaliser. La Figure 1-8 présente un exemple de signal $h_{ij}(t)$ reçu. On note que le signal temporel reçu est plusieurs centaines de fois plus long que l'impulsion de départ et que l'onde balistique n'est plus visible. Le milieu considéré est fortement multidiffuseur aux fréquences auxquelles on travaille.

Dans un premier temps, nous avons cherché à focaliser spatialement, une onde monochromatique. Pour cela, nous avons mis en place les méthodes décrites aux paragraphes précédents pour focaliser à la position n°64 une onde monochromatique de fréquence $f = 3.5 \text{ MHz}$ et nous avons émis successivement les signaux $S_n^{(1)}(t)$, $S_n^{(2)}(t)$ et $S_n^{(3)}(t)$. Pour chacune de ces trois émissions, nous mesurons la tache focale. Les résultats sont présentés sur la Figure 1-9.

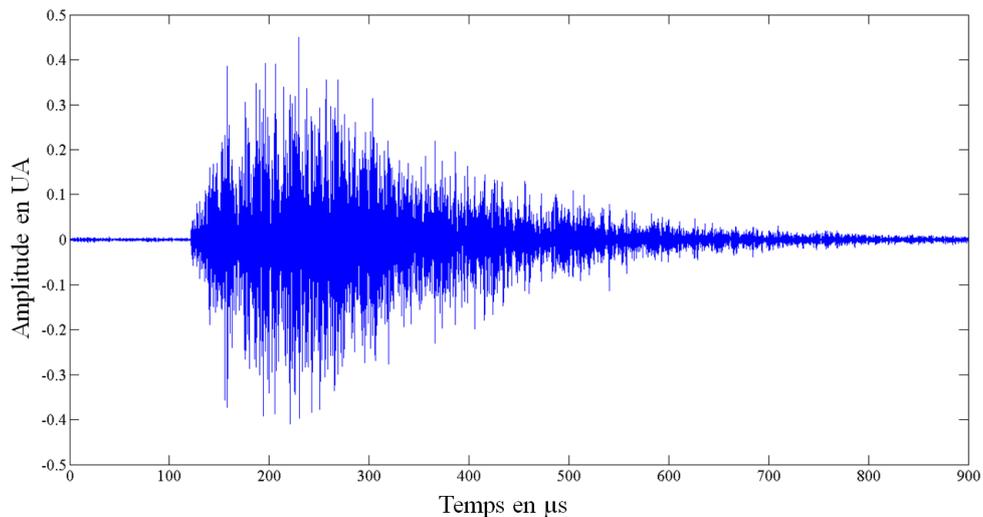


Figure 1-8 : Signal temporel reçu à la position n°64 après émission par l'émetteur n°34 d'une impulsion ultrasonore de fréquence centrale $f = 3.5 \text{ MHz}$.

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

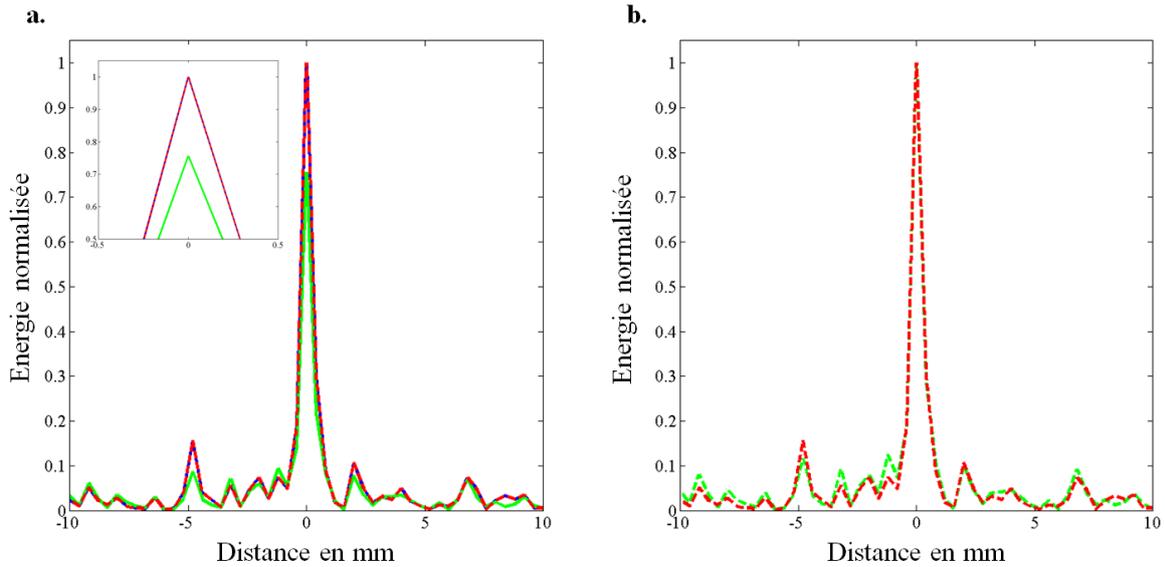


Figure 1-9 : a. En traits pleins bleus : tache focale obtenue par une focalisation par retournement temporel. En pointillés rouges : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde. En traits pleins verts : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde en optimisant uniquement la phase. **b.** En pointillés rouges : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde (normalisée par son maximum). En traits pleins verts : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde en optimisant uniquement la phase (normalisée par son maximum).

Nous mettons ainsi en évidence expérimentalement trois résultats importants illustrés par la Figure 1-9 :

- l'énergie obtenue au point focal par la méthode de contrôle de front d'onde est rigoureusement identique à celle obtenue par une focalisation par retournement temporel (Figure 1-9a.).

- l'énergie mesurée au point focal n'est pas maximale si les amplitudes d'émission ne sont pas optimisées, c'est-à-dire si la même amplitude est émise sur chacun des transducteurs ; l'énergie obtenue au point focal est dans ce cas de l'ordre de 80% de l'énergie maximale (Figure 1-9a.).

- les lobes secondaires sont quant à eux comparables dans les trois cas (Figure 1-9b.).

Le premier résultat tient au fait que le retournement temporel et le contrôle de front d'ondes réalisent en fait tous deux un filtre adapté.

Repérons en effet par le vecteur $F_m = {}^t(0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ la position du point focal et notons $X_n = x_n e^{i\phi_n}$ l'amplitude complexe reçue au point focal lorsque e_n est émis par le transducteur #n. Du fait de la réciprocité, $X_n = x_n e^{i\phi_n}$ est aussi l'amplitude mesurée par le transducteur #n lorsque e_n est émis du point focal. L'amplitude reçue au point focal m lorsque $E = {}^t(E_1, \dots, E_N)$ est émis par le réseau de transducteurs est donnée par l'expression suivante :

$$J(E) = \frac{\langle HE | F_m \rangle}{\|E\|} = \frac{\langle E | {}^t H^* F_m \rangle}{\|E\|} \quad (1-10)$$

L'inégalité de Cauchy-Schwartz fournit une majoration de cette expression :

$$\frac{\langle E | {}^t H^* F_m \rangle}{\|E\|} \leq \|{}^t H^* F_m\| \quad (1-11)$$

L'égalité est obtenue si et seulement si $E \propto ({}^t H F_m)$, ce qui revient à écrire :

$$\forall n \ E_n = \alpha H_{nm} \quad (1-12)$$

Finalement le maximum d'énergie est obtenu au point focal quand le réseau d'émission envoie une onde dont l'amplitude est exactement celle reçue au point focal et dont la phase est la phase conjuguée de celle reçue. C'est la définition même d'une opération de retournement temporel. Nous retrouvons un résultat bien connu : la focalisation par retournement temporel permet de maximiser l'énergie au point focal pour une énergie transmise donnée, ce qui est la définition d'un filtre adapté.

Dans les expériences jusqu'ici réalisées en optique (1.1.4), le SLM ne permet de contrôler que la phase. Les amplitudes émises sont identiques sur chacun des pixels. L'expérience que nous avons réalisée montre que l'amplitude joue également un rôle important : l'amplitude émise par un transducteur doit être identique à celle reçue sur ce

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

même transducteur pour une onde émise au point focale. Dans le cas contraire, une perte d'énergie est observée au point focal. Celle-ci peut être quantifiée de la façon suivante.

Lorsque l'on réalise une focalisation par contrôle de front d'onde en optimisant la phase et l'amplitude d'émission de chacun des émetteurs, on émet le signal $S_n^{(1)}(t)$, normalisé par son énergie totale, qui focalise à la position i . Le signal émis dans le domaine de Fourier s'écrit :

$$\hat{S}_n^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{\sum_l H_{il} H_{il}^*}} \times H_{in}^* \quad (1-13)$$

Le signal $R_i^{(1)}$ reçu au point focal i après propagation dans le milieu s'écrit :

$$R_i^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{\sum_l |H_{il}|^2}} \times \sum_j H_{ij} H_{ij}^* = \frac{1}{\sqrt{\sum_l |H_{il}|^2}} \times \sum_j |H_{ij}|^2 \quad (1-14)$$

L'énergie du signal $|R_i^{(1)}|^2$ est donnée par l'expression :

$$|R_i^{(1)}|^2 = \frac{1}{|\sqrt{\sum_l |H_{il}|^2}|^2} \times \left| \sum_j |H_{ij}|^2 \right|^2 \quad (1-15)$$

En notant N le nombre d'émetteurs, on peut écrire : $\sum_j |H_{ij}|^2 = N \langle |H_{ij}|^2 \rangle_j$. On en déduit

donc :

$$|R_i^{(1)}|^2 = \frac{1}{N \langle |H_{ij}|^2 \rangle_j} \times N^2 \langle |H_{ij}|^2 \rangle_j^2 = N \langle |H_{ij}|^2 \rangle_j \quad (1-16)$$

On effectue le même raisonnement pour déterminer l'énergie reçue au point focal lorsque l'on focalise par la méthode de contrôle de front d'onde en optimisant uniquement la phase. Le signal émis dans le domaine de Fourier s'écrit :

$$\hat{S}_n^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \times \frac{H_{in}^*}{|H_{in}|} \quad (1-17)$$

Le signal $R_i^{(2)}$ reçu au point focal i après propagation dans le milieu s'écrit :

$$R_i^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \times \sum_j \frac{H_{ij}^* H_{ij}}{|H_{ij}|} = \frac{1}{\sqrt{N}} \times \sum_j |H_{ij}| \quad (1-18)$$

L'énergie du signal $|R_i^{(2)}|^2$ est donnée par l'expression :

$$|R_i^{(2)}|^2 = \frac{1}{N} \times \left| \sum_j |H_{ij}| \right|^2 \quad (1-19)$$

L'équation peut alors se réécrire sous la forme :

$$|R_i^{(2)}|^2 = \frac{1}{N} \times N^2 \langle |H_{ij}| \rangle_j^2 = N \langle |H_{ij}| \rangle_j^2 \quad (1-20)$$

On cherche à vérifier si la valeur du rapport des énergies mesurées au point focal attendue théoriquement correspond à la valeur observée expérimentalement.

$$\frac{|R_i^{(2)}|^2}{|R_i^{(1)}|^2} = \frac{\langle |H_{ij}| \rangle_j^2}{\langle |H_{ij}|^2 \rangle_j} \quad (1-21)$$

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

Comme la diffusion multiple prédomine lors de la propagation, on peut supposer que les coefficients complexes de la matrice H sont aléatoires et distribués suivant une loi gaussienne circulaire [19]. Le module des coefficients de la matrice est donc une variable aléatoire distribuée suivant une loi de Rayleigh. Ses moments d'ordre 1 et 2 s'écrivent alors :

$$\langle |H| \rangle = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ et } \text{Var}(|H|) = \frac{4-\pi}{2} \sigma^2.$$

En assimilant moyenne statistique et moyenne sur les lignes (hypothèse d'ergodicité), on peut écrire $\left| \frac{R_i^{(2)}}{R_i^{(1)}} \right|^2 = \frac{\langle |H| \rangle^2}{\text{Var}(|H|) + \langle |H| \rangle^2}$.

On en déduit ainsi :

$$\left| \frac{R_i^{(2)}}{R_i^{(1)}} \right|^2 = \frac{\langle |H| \rangle^2}{\text{Var}(|H|) + \langle |H| \rangle^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0.8 \quad (1-22)$$

On retrouve bien la valeur observée de 80%.

Nous avons donc démontré que nous étions capables expérimentalement de réaliser exactement un filtre adapté à travers un milieu fortement multidiffuseur pour un signal monochromatique en ayant uniquement recours à une mesure de l'énergie au point focal. En outre, nous avons mis en évidence l'importance de contrôler phase et amplitude pour réaliser un filtre adapté, c'est-à-dire assurer au point focal une maximisation de l'énergie pour une énergie donnée émise par le réseau de transducteurs piézo-électriques.

1.2.5 Vers un contrôle spatio-temporel ?

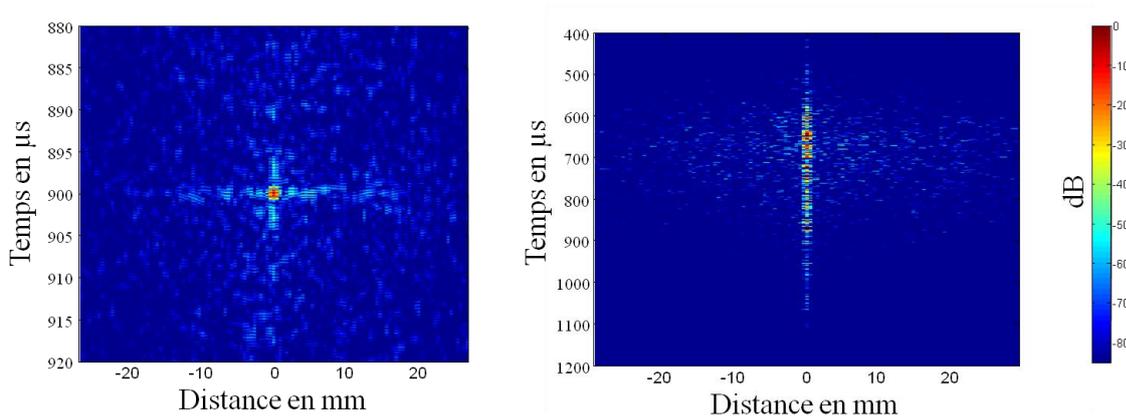


Figure 1-10 : A gauche : représentation Bscan du champ ultrasonore (en dB) mesuré dans le plan focal, obtenu par focalisation par retournement temporel. A droite : représentation Bscan du champ ultrasonore (en dB) mesuré dans le plan focal, obtenu par focalisation par la méthode de contrôle de front d’onde.

Nous souhaitons à présent étendre cette méthode de focalisation par contrôle de front d’onde aux signaux large bande afin de focaliser une impulsion ultrasonore à travers notre milieu d’étude. L’idée est d’effectuer le traitement développé au paragraphe précédent pour toutes les fréquences de la bande passante de l’impulsion que l’on souhaite focaliser puis d’émettre la somme des signaux ainsi définis. Cette méthode est mise en place pour focaliser à la position n°64 une impulsion ultrasonore large bande de fréquence centrale $f = 3.5 \text{ MHz}$. Les signaux $S_n^{(1)}(t)$ et $S_n^{(2)}(t)$ sont émis successivement. Dans les deux cas, l’onde est bien spatialement focalisée mais la compression temporelle est perdue avec le contrôle de front d’onde (Figure 1-10).

Si on intègre le carré d’amplitude reçue au point focal, on retrouve pour la distribution de l’énergie dans le plan focal le même résultat qu’en régime monochromatique. L’énergie déposée au point focal n’est maximale que si les amplitudes d’émission sont optimisées.

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

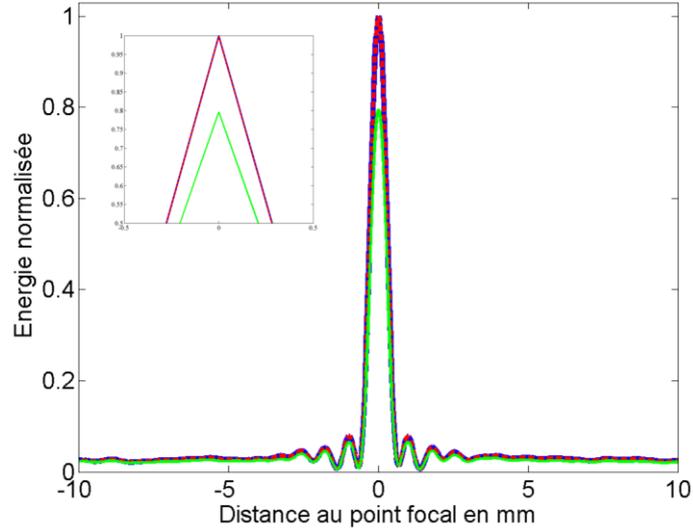


Figure 1-11 : En traits pleins bleus : tache focale obtenue par une focalisation par retournement temporel (normalisée par le maximum). En pointillés rouges : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde (normalisée par le maximum obtenu par focalisation par retournement temporel). En traits pleins verts : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde en optimisant uniquement la phase (normalisée par le maximum obtenu par focalisation par retournement temporel).

Pour des amplitudes émises identiques sur chaque transducteur, la perte d'énergie est toujours de l'ordre de 20% ce qui est cohérent avec la valeur théorique déterminée en régime monochromatique. En effet, les équations (1-13) à (1-22) sont valables quelle que soit la fréquence. On peut donc écrire :

$$\frac{\int |R_i^{(2)}(\omega)|^2 d\omega}{\int |R_i^{(1)}(\omega)|^2 d\omega} = \frac{\int \langle |H(\omega)| \rangle^2 d\omega}{\int \langle |H(\omega)|^2 \rangle d\omega} = \frac{\int \langle |H(\omega)| \rangle^2 d\omega}{\int (\text{Var}(|H(\omega)|) + \langle |H(\omega)| \rangle^2) d\omega} = \frac{\frac{\pi}{2} \int \sigma^2(\omega) d\omega}{2 \int \sigma^2(\omega)} \quad (1-23)$$

$$\text{On retrouve alors : } \frac{\int |R_i^{(2)}(\omega)|^2 d\omega}{\int |R_i^{(1)}(\omega)|^2 d\omega} = \frac{\pi}{4}.$$

Nous démontrons ainsi expérimentalement qu'une simple mesure de l'énergie déposée au point focal permet de réaliser un filtre adapté spatial pour des signaux monochromatiques mais aussi pour des signaux large bande.

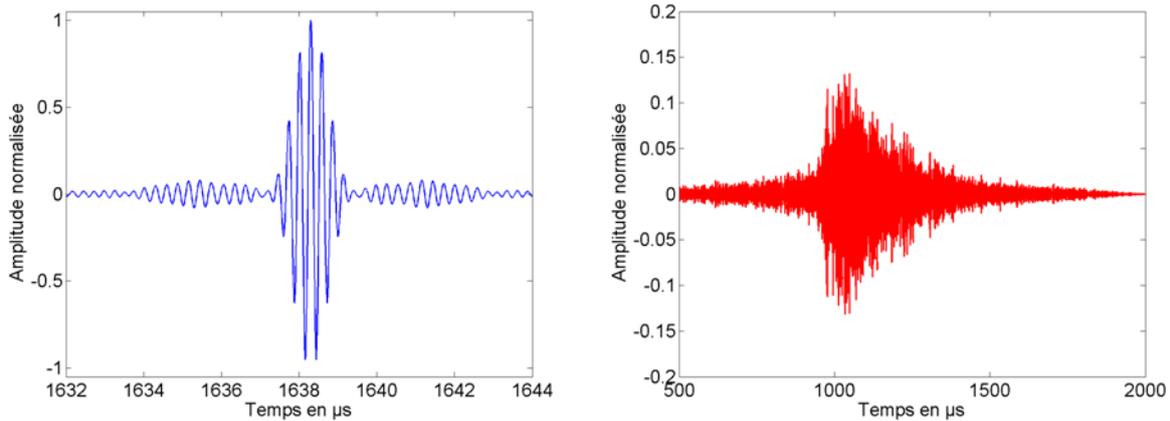


Figure 1-12 : A gauche : signal temporel reçu au point focal après focalisation par retournement temporel. A droite : signal temporel reçu au point focal après focalisation par contrôle de front d’onde. On note alors que l’amplitude maximale obtenue par la méthode de contrôle de front d’onde est 10 fois plus faible que celle obtenue par focalisation par retournement temporel.

Le signal temporel reçu après focalisation par retournement temporel s’étale sur quelques μs (soit la durée de l’impulsion initiale) tandis que le signal reçu au point focal après focalisation par la méthode de contrôle de front d’onde s’étale sur plusieurs centaines de μs . La compression temporelle n’est pas assurée par cette méthode de focalisation (Figure 1-12).

Ce résultat tient au fait que nous ne disposons pas de la loi de phase entre les différentes fréquences composant notre impulsion. Reprenons en effet le traitement que nous effectuons en n’omettant plus, à présent, la dépendance en fréquence. Nous effectuons $4N$ émissions codées et nous mesurons l’énergie reçue au point focal :

δ	Intensité reçue au point focal
0	$I_n^{(0)} = y_1^2(\omega) + y_n^2(\omega) + 2y_1(\omega)y_n(\omega) \cos(\varphi_1(\omega) - \varphi_n(\omega))$
π	$I_n^{(\pi)} = y_1^2(\omega) + y_n^2(\omega) - 2y_1(\omega)y_n(\omega) \cos(\varphi_1(\omega) - \varphi_n(\omega))$
$\pi/2$	$I_n^{(0)} = y_1^2(\omega) + y_n^2(\omega) + 2y_1(\omega)y_n(\omega) \sin(\varphi_1(\omega) - \varphi_n(\omega))$
$-\pi/2$	$I_n^{(0)} = y_1^2(\omega) + y_n^2(\omega) - 2y_1(\omega)y_n(\omega) \sin(\varphi_1(\omega) - \varphi_n(\omega))$

La phase optimale que doit émettre le transducteur virtuel n à la pulsation ω est donnée par l’expression suivante :

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

$$\psi_n(\omega) = -\varphi_n(\omega) = \arctan\left(\frac{I_n^{(\frac{\pi}{2})}(\omega) - I_n^{(-\frac{\pi}{2})}(\omega)}{I_n^{(0)}(\omega) - I_n^{(\pi)}(\omega)}\right) - \varphi_1(\omega) \quad (1-24)$$

Pour chaque fréquence nous avons arbitrairement pris le transducteur #1 comme référence. Mais l'équation $\forall \omega \varphi_1(\omega) = 0$ n'est bien sûr pas vérifiée. Pour réaliser un filtre adapté temporel, il faudrait que nous puissions déterminer cette fonction $\varphi_1(\omega)$.

Afin de focaliser dans le temps, une méthode peut consister à ne sélectionner que les chemins correspondant à un ordre de diffusion donnée. Nous sélectionnons à cette fin une fenêtre temporelle de $1\mu\text{s}$, $100\mu\text{s}$ après le premier écho enregistré sur le réseau récepteur et nous appliquons la méthode de focalisation par contrôle de front d'onde pour les signaux large bande décrite précédemment. Evidemment, cela suppose d'avoir accès à la dépendance temporelle de l'amplitude, ce qui d'un point de vue pratique fait perdre l'intérêt de la méthode par rapport à la focalisation par retournement temporel. La Figure 1-13 présente les signaux temporels enregistrés au point focal.

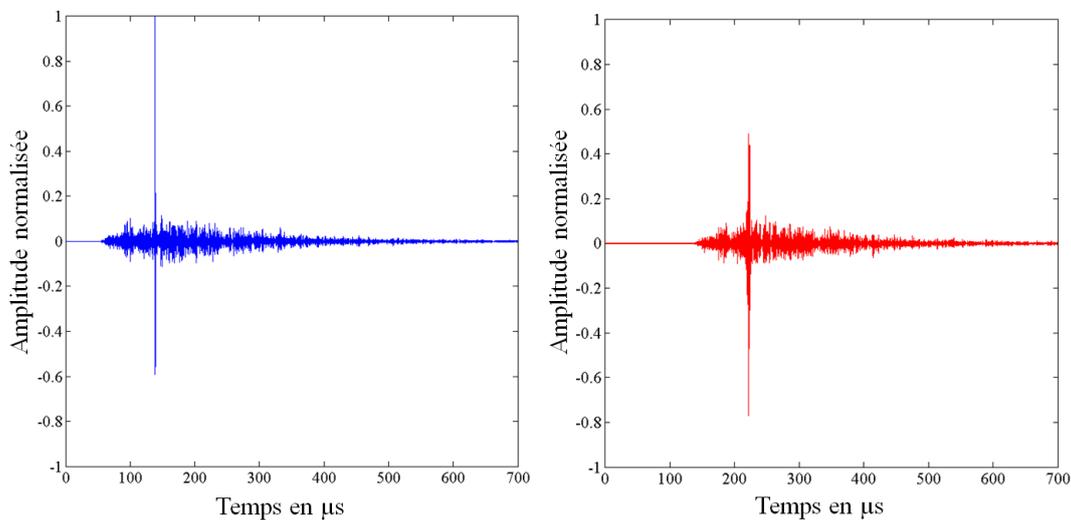


Figure 1-13 : A gauche : signal temporel, normalisé par son maximum, reçu au point focal après focalisation par retournement temporel. A droite : signal temporel, normalisé par le maximum du signal reçu après focalisation par retournement temporel, reçu au point focal après focalisation par contrôle de front d'onde.

Si l'on compare le signal temporel reçu au point focal après focalisation par retournement temporel et celui reçu au point focal après focalisation par la méthode de contrôle de front d'onde, on constate que l'on obtient bien une compression temporelle avec les deux méthodes. J. Aulbach et ses collaborateurs [20] ont récemment proposé en optique une méthode inspirée de la même idée. En utilisant un interféromètre de Mach Zender pour sélectionner une fenêtre temporelle dans le signal diffusé (et donc un ordre de diffusion), ils parviennent à réaliser l'optimisation dans le domaine temporel.

On constate que l'on réalise toujours un filtre adapté spatial (Figure 1-14a.) et que la largeur de la tache focale est identique à celle obtenue lorsque l'on prend en compte la totalité du signal transmis à travers le milieu (Figure 1-14b.). En revanche, le niveau de lobes est évidemment plus important (environ 40%) que lorsque l'on prend en compte la totalité du signal.

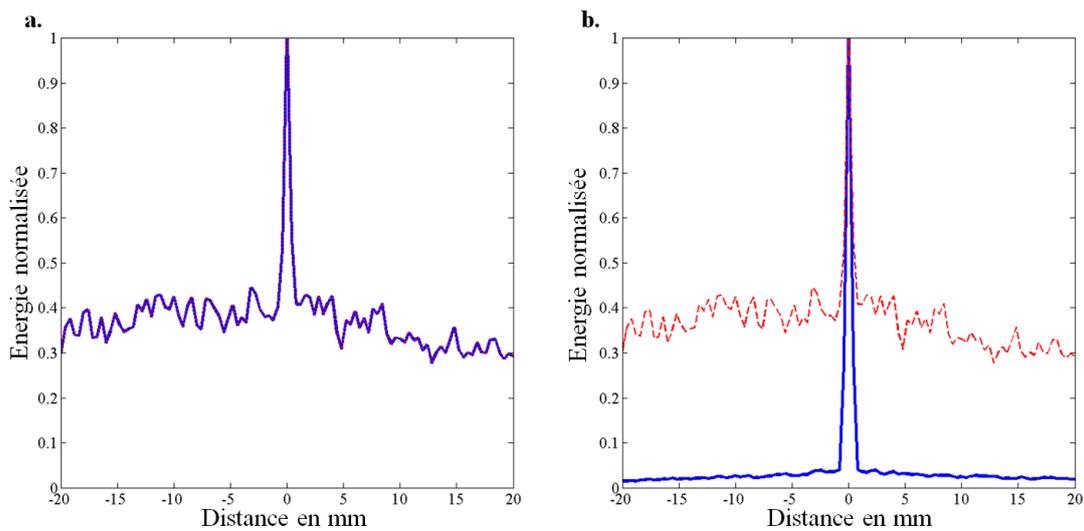


Figure 1-14 : **a.** En traits pleins bleus : tache focale obtenue par une focalisation par retournement temporel. En pointillés rouges : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde. **b.** En traits pleins bleus : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde en optimisant sur toute la durée du signal temporel. En pointillés rouges : tache focale obtenue par la méthode de contrôle de front d'onde en optimisant uniquement sur une courte fenêtre temporelle.

1.2 Focalisation par contrôle de front d'onde en acoustique

Ainsi, nous démontrons qu'en régime monochromatique, la méthode de contrôle de front d'ondes permet de focaliser un signal ultrasonore à travers un milieu multidiffuseur avec les mêmes performances que la focalisation par retournement temporel. Il en résulte qu'il n'est pas nécessaire d'être en mesure d'enregistrer la dépendance temporelle d'une onde pour maximiser l'énergie au point focal. Une simple mesure de l'énergie ultrasonore est suffisante. Ce qui permet de développer des méthodes de focalisation non invasives même à travers un milieu multidiffuseur.

En revanche, nous avons montré qu'elle ne permettait pas, contrairement au retournement temporel, de focaliser une impulsion ultrasonore. Une manière de parvenir à un contrôle temporel serait d'avoir au moins accès à la dépendance temporelle de l'énergie déposée au point focal.

Or, la technique de mesure non invasive fondée sur la détermination du déplacement créé au point focal par corrélation d'images échographiques successives n'offre pas la résolution temporelle suffisante (100 μ s au mieux).

La seule manière d'accéder à la dépendance temporelle de l'intensité est en fait d'enregistrer l'amplitude au cours du temps; mais alors la méthode de contrôle de front d'onde perd son intérêt face à la méthode de focalisation par retournement temporel.

Chapitre 2 *Guidage par le désordre*

Dans le premier chapitre, nous avons montré que la complexité du milieu de propagation peut être mise à profit pour apprendre à focaliser une onde avec une résolution indépendante de l'ouverture de l'émetteur.

Dans le même esprit, nous montrons dans ce chapitre comment le désordre peut être utilisé pour apprendre à guider une onde ultrasonore. Pour ce faire, nous nous inspirons d'une expérience récente menée en optique qui exploite le régime de localisation transverse. Notre objectif est de concevoir un guide qui, non seulement confine spatialement l'onde ultrasonore qu'on y injecte, mais aussi qui limite sa dispersion temporelle.

2.1 La localisation transverse

Le concept de localisation transverse a été introduit par H. De Raedt, A. Lagendijk et P. de Vries en 1989 [21] comme une nouvelle forme de localisation de la lumière au sens d'Anderson [22], [23].

La localisation d'Anderson, décrite en 1958 par l'auteur éponyme, est le mécanisme par lequel survient la transition métal-isolant lorsque des impuretés sont ajoutées à un métal initialement pur. Plus de 50 ans après la parution de cet article demeuré célèbre, ce sujet reste brûlant d'actualité bien que ses contours soient en définitive mal définis. En effet, il n'existe pas, loin s'en faut, de définition unique de la localisation d'Anderson. Les définitions et les critères d'apparition de la localisation diffèrent suivant que l'on est mathématicien, théoricien ou expérimentateur ou que l'on s'intéresse à des milieux infinis ou finis, et pour ces derniers, à des milieux ouverts ou fermés [24]. En outre, les mises en œuvre expérimentales demeurent rares et sujettes à caution [25], [26].

Quoi qu'il en soit, l'article de 1958 a ouvert la voie à une nouvelle physique très riche, dite physique mésoscopique, qui s'intéresse à la propagation d'ondes (de toutes natures) dans des milieux désordonnés dont la taille est inférieure au libre parcours moyen élastique mais supérieure à la longueur de décohérence (pour une onde quantique) ou à la longueur caractéristique d'absorption (pour une onde classique). Autrement dit, les milieux mésoscopiques sont des milieux désordonnés diffuseurs mais dans lesquels des effets d'interférence peuvent survivre au désordre. Ces effets sont en particulier à l'origine de l'effet de rétrodiffusion cohérente [27], [28] et des fluctuations universelles de conductance [29].

Quant à nous, nous retiendrons pour définition de la localisation celle suggérée par le titre de l'article original [22] : la localisation est « l'absence de diffusion »¹ et peut s'interpréter comme une transition de phase pilotée par des effets d'interférence. Lorsque le milieu de propagation devient grand par rapport au libre parcours moyen, les interférences entre un chemin suivi par l'onde et son chemin réciproque augmentent la probabilité de retour de l'onde sur sa source (Figure 2-1). Ces événements conduisent à une renormalisation de la constante de diffusion qui finit par tendre vers 0.

¹ Même si en l'occurrence, il n'est jamais question dans cet article de propagation en régime de diffusion multiple.

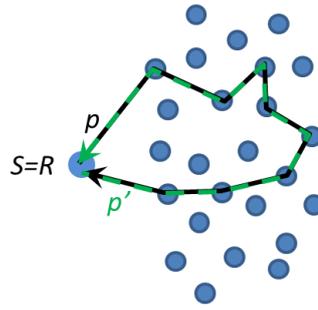


Figure 2-1 : En trait plein (*noir*), est représenté un exemple de chemin p suivi par l'onde, en pointillés (*vert*) est représenté son chemin réciproque conjugué p' .

Inspirés par le travail de J. Edwards et D. Thouless [30], E. Abrahams, P.W Anderson, D. Licciardello et T.V Ramakrishan ont développé en 1979 une théorie d'échelle à un seul paramètre g (la conductance réduite) reproduisant les caractéristiques essentielles de la localisation d'Anderson [31]. La conductance réduite g est définie comme le rapport entre la largeur typique des états propres du système et l'écart moyen qui les sépare $g = \frac{\delta E}{\Delta E}$. Un résultat essentiel de cette théorie est que la dimension de l'espace joue un rôle primordial. A une dimension, tous les états sont localisés ; en dimension deux, ils sont également localisés mais avec une longueur de localisation exponentiellement grande, et qui est donc souvent supérieure à la taille de l'échantillon. Ce n'est qu'en dimension trois qu'une réelle transition métal-isolant peut être observée lorsque $g < 1$: la diffusion devient impossible puisque les états du système ne « communiquent plus entre eux ».

Phénomène d'essence ondulatoire, la localisation d'Anderson peut se manifester pour des ondes quantiques comme classiques (ondes électromagnétiques, acoustiques, sismiques). L'utilisation d'ondes classiques présente un certain nombre d'avantages pour mettre en évidence ce phénomène qui, dans le cas des électrons, peut être masqué par les interactions coulombiennes électrons-électrons (à l'origine de la transition dite de Mott). En outre, le désordre peut être contrôlé plus facilement. C'est ainsi que des expériences de localisation forte à 3 dimensions ont pu être menées pour la lumière [25], [32] et pour les ultrasons [33].

Lorsqu'un faisceau de lumière se propage dans un milieu invariant par translation dans la direction de propagation mais dont l'indice de réfraction est une fonction aléatoire des deux autres dimensions, il s'étend dans la direction transverse jusqu'à ce que son diamètre atteigne la longueur de localisation. Au-delà, l'onde continue à se propager sans que son diamètre ne s'accroisse : autrement dit, elle se propage dans un guide d'onde.

2.1 La localisation transverse

Dans cette configuration, l'onde vérifie dans l'approximation paraxiale une équation de type «Equation de Schrödinger dépendante du temps» pour laquelle la coordonnée suivant la direction d'invariance joue le rôle du temps [21]. Ainsi, le problème peut se ramener à deux coordonnées d'espace et une coordonnée de temps. Tous les états étant localisés dans un milieu désordonné en deux dimensions, on peut prédire le confinement du faisceau dans le plan transverse sur une taille caractéristique pilotée par la longueur de localisation.

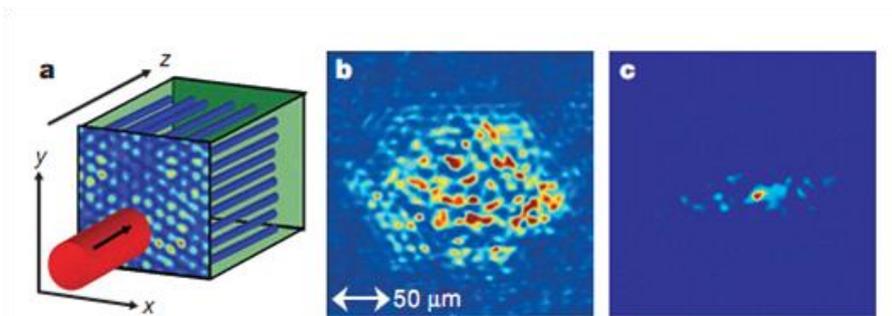


Figure 2-2 : Figure issue de [34], **a.** Un faisceau illumine un milieu invariant dans la direction z et périodique ou désordonné dans le plan transverse. **b.** Distribution spatiale d'intensité observée en sortie de l'échantillon périodique. **c.** Distribution spatiale d'intensité observée en sortie d'un échantillon désordonné (15% de désordre).

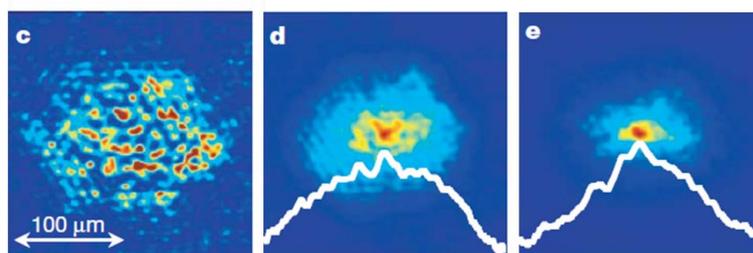


Figure 2-3 : Figure issue de [34], **c.** Distribution spatiale d'intensité observée en sortie de l'échantillon périodique. **d.** Distribution spatiale d'intensité moyennée sur 100 réalisations du désordre en sortie d'un échantillon désordonné (15% de désordre). En blanc : logarithme de l'intensité moyenne. Le profil de l'intensité moyenne correspond à un profil gaussien **e.** Distribution spatiale d'intensité moyennée sur 100 réalisations du désordre en sortie d'un échantillon désordonné (45% de désordre). En blanc : logarithme de l'intensité moyenne. Le profil de l'intensité moyenne correspond à un profil de la forme $I = I_0 \exp\left(-\frac{2|r|}{\xi}\right)$.

Récemment, T. Schwartz et ses collaborateurs ont vérifié expérimentalement cette prédiction [34]. Le système qu'ils ont étudié consiste en un cristal photonique bidimensionnel auquel sont superposées des fluctuations aléatoires d'indice. Le réseau périodique est construit à l'aide de la technique « d'induction » qui transforme une figure d'interférences en un changement d'indice de réfraction dans un matériau diélectrique. Le désordre est introduit en ajoutant une figure de speckle à la figure d'interférences qui crée le réseau périodique. L'indice de réfraction est ainsi indépendant de z et varie aléatoirement dans le plan (x, y) . Le pas du réseau et le degré de désordre peuvent être contrôlés de façon indépendante. Cette technique de construction des échantillons permet de faire des moyennes sur un grand nombre de réalisations du désordre ainsi que de quantifier l'effet du degré de désordre. La comparaison de l'étendue du faisceau lumineux à la sortie de l'échantillon pour des milieux périodiques et des milieux désordonnés (Figure 2-2) confirme l'effet de confinement du faisceau lié au désordre. La Figure 2-3 montre en outre que dans le régime de localisation transverse le profil de l'intensité moyenne décroît exponentiellement sur une distance caractéristique donnée par la longueur de localisation.

En nous inspirant de cette première expérience, nous avons décidé de monter une expérience analogue en acoustique pour apprendre à guider des impulsions large bande.

2.2 Guidage d'une impulsion ultrasonore large bande par le désordre

En acoustique, il est aisé d'émettre et d'enregistrer des signaux large bande. Nous nous sommes donc inspirés de la première mise en évidence de la localisation transverse en optique pour monter une expérience de guidage par le désordre d'une impulsion ultrasonore.

2.2.1 Matériels et méthodes

Conception des échantillons

2.2 Guidage d'une impulsion ultrasonore large bande par le désordre

Nous avons pour cela réalisé deux échantillons cylindriques de diamètre $D = 12$ cm et de hauteur $h = 15$ cm avec des diffuseurs cylindriques d'acier de rayon $r = 0.4$ mm et de longueur $L = 15$ cm. Nous avons choisi deux cas extrêmes :

- un échantillon pour lequel les tiges sont réparties périodiquement sur un réseau triangulaire : l'échantillon est ainsi périodique dans un plan et invariant par translation dans la troisième direction.
- un second échantillon pour lequel les tiges sont réparties aléatoirement avec la même fraction surfacique : l'échantillon est ainsi désordonné dans un plan et invariant par translation dans la troisième direction.

En prenant une fraction surfacique $f = 19$ tiges/cm², nous avons généré deux cartes de position des tiges à l'aide de Matlab. Celles-ci sont représentées sur la Figure 2-4.

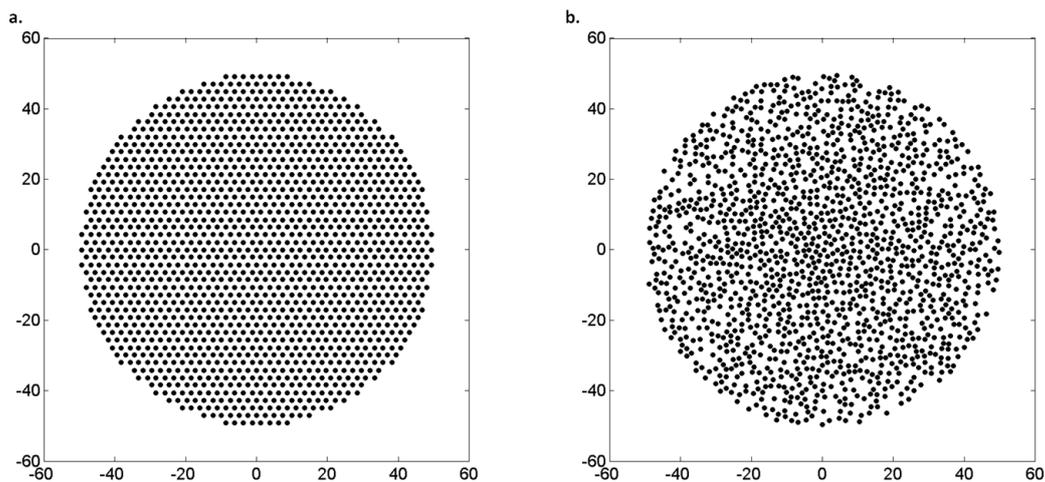


Figure 2-4 : Le diamètre de l'échantillon est 12 cm, les diffuseurs sont répartis sur un cercle de diamètre 10 cm, la densité surfacique en diffuseurs est de 19 tiges/cm². **a.** Représentation des coordonnées d'un réseau triangulaire de pas $p = 2.4$ mm **b.** Représentation des coordonnées tirées aléatoirement avec une distance d'exclusion $d = 1.5$ mm.

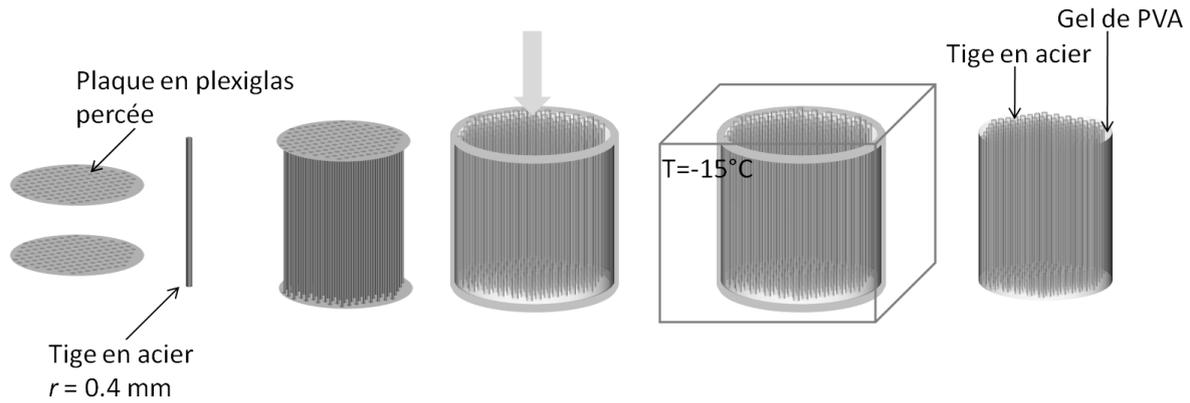


Figure 2-5 : Schéma du protocole de fabrication des échantillons : de gauche à droite : deux plaques servant de guide sont percées suivant les coordonnées définies, les tiges sont enfilées sur les plaques et ces dernières sont écartées l'une de l'autre d'une distance égale à la longueur des tiges, l'ensemble est placé dans un récipient cylindrique et du PVA liquide est versé, l'ensemble est placé au congélateur puis l'échantillon est démoulé et les plaques retirées.

Pour réaliser un échantillon, nous suivons le protocole schématisé sur la Figure 2-5. Nous perçons identiquement deux plaques de plexiglas suivant les coordonnées déterminées précédemment. Puis nous enfilons une à une les tiges d'acier dans les deux plaques. Les deux plaques sont ensuite écartées l'une de l'autre de manière à ce que la distance entre les deux soit égale à la longueur L des tiges. L'ensemble plaques + tiges est ensuite déposé dans un récipient cylindrique. Une solution de polyvinylalcool (PVA) est alors versée dans le récipient de manière à ce que la totalité des tiges soient immergées dans le liquide. L'ensemble est placé au congélateur. La solution de PVA forme ainsi, de manière irréversible, un gel dont la célérité et la masse volumique sont très proches de celles de l'eau. Après la prise en gel, l'échantillon est décongelé à température ambiante puis démoulé. Les plaques de plexiglas sont retirées. On obtient ainsi un bloc cylindrique de gel de PVA contenant des tiges d'acier réparties périodiquement ou aléatoirement dans le plan transverse et toutes parallèles à la génératrice du cylindre.

Mesures acoustiques

2.2 Guidage d'une impulsion ultrasonore large bande par le désordre

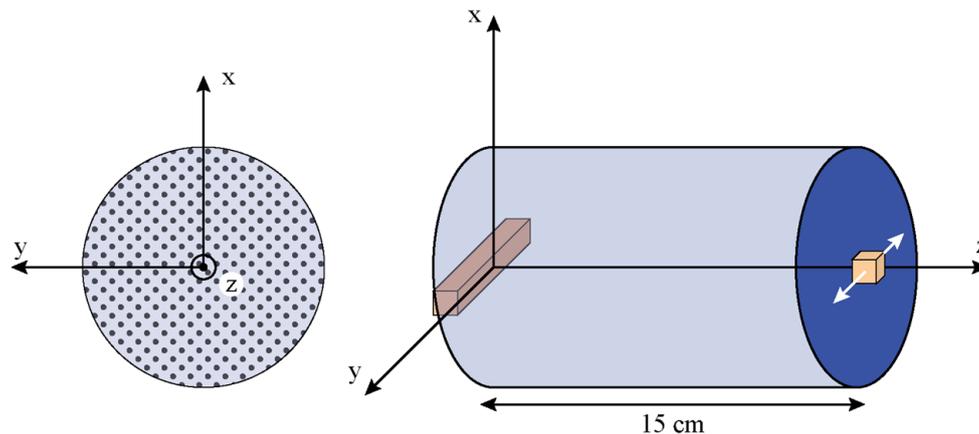


Figure 2-6 : *A gauche* : vue de face de l'échantillon. *A droite* : une barrette ultrasonore fixe est placée en entrée de l'échantillon, en sortie un transducteur peut se déplacer de façon contrôlée dans la direction y .

Les mesures ultrasonores sont effectuées dans une cuve remplie d'eau. Un réseau de 128 transducteurs piézoélectriques de fréquence centrale $f_c = 7.5$ MHz est placé en entrée de l'échantillon et un transducteur piézoélectrique de même fréquence centrale et de même géométrie que ceux composant le réseau est placé en sortie. Ce dernier peut se déplacer de manière contrôlée parallèlement à la face transverse de l'échantillon (Figure 2-6). L'émetteur et le récepteur sont reliés à une électronique multivoie de fréquence d'échantillonnage $f_e = 20$ MHz. Chaque transducteur d'émission peut être contrôlé indépendamment des autres. Au cours de ces expériences, nous avons enregistré le signal temporel en sortie de l'échantillon sur 161 positions séparées de 0.5 mm, après émission par 10 éléments consécutifs du réseau de 5 arches de sinusoïde à 7.5 MHz.

2.2.2 Une réalisation du désordre : aspect temporel

Description de l'expérience

Nous réalisons en suivant le même protocole et au même moment les deux échantillons. Une fois les échantillons réalisés, nous réglons le parallélisme entre le réseau émetteur et le récepteur et nous fixons la distance entre les deux à 15 cm. Le réseau d'émission est fixe et le récepteur se déplace par pas de 0.5 mm dans la direction y sur 161 positions. Un échantillon est ensuite placé entre la source et le récepteur de manière à ce que

les deux faces transverses de l'échantillon soient parallèles au réseau d'émission et au récepteur (Figure 2-6). Le récepteur est placé en position 1. Les éléments 1-10 du réseau de transducteurs émettent simultanément 5 arches de sinusoïde à 7.5 MHz, le signal est enregistré par le récepteur placé en position 1. Puis, sans déplacer le récepteur, on enregistre le signal reçu après émission par les éléments 11-20, puis par les éléments 21-30 etc. On enregistre ainsi le signal reçu sur la position 1 après 12 émissions de 10 éléments consécutifs du réseau. L'opération est répétée pour les 161 positions du récepteur.

Résultats expérimentaux

Intéressons-nous dans un premier temps à l'allure du signal temporel reçu sur une position face à la source après propagation dans le milieu périodique et après propagation dans le milieu désordonné. Les résultats sont présentés sur la Figure 2-7. Après propagation dans l'échantillon périodique, l'impulsion de départ s'étale sur quelques μs tandis que l'on retrouve l'impulsion initiale après propagation dans le milieu désordonné. On note aussi que l'amplitude du signal reçu en sortie de l'échantillon désordonné est environ cinq fois plus importante que l'amplitude du signal reçu en sortie de l'échantillon périodique. On compare les deux signaux dans le domaine de Fourier (Figure 2-8) au signal reçu après propagation sur une même distance dans l'eau, on met ainsi en évidence que le milieu périodique est dispersif tandis que le milieu désordonné ne l'est pratiquement pas. On observe uniquement pour ce dernier un léger filtrage passe-bas.

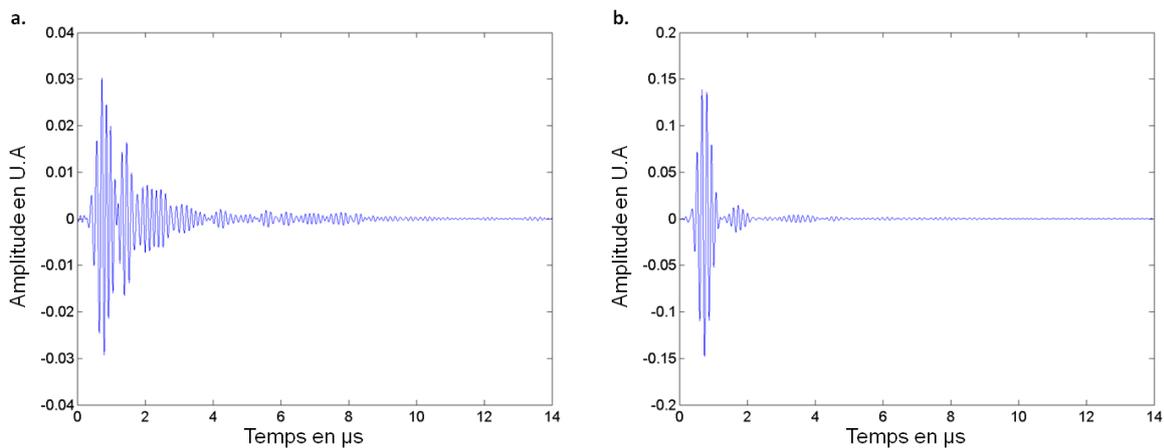


Figure 2-7 : a. Signal temporel enregistré en sortie du milieu périodique face au centre des éléments émetteurs. b. Signal temporel enregistré en sortie du milieu désordonné face au centre des éléments émetteurs.

2.2 Guidage d'une impulsion ultrasonore large bande par le désordre

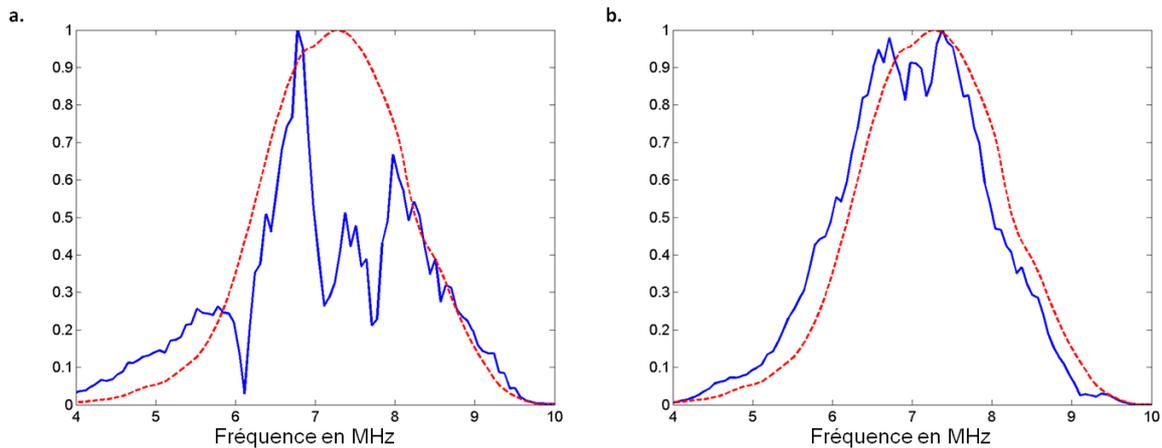


Figure 2-8 : **a.** En trait plein (*bleu*) : transformée de Fourier du signal enregistré en sortie du milieu périodique. En pointillés (*rouge*) : transformée de Fourier du signal enregistré après propagation dans l'eau sur une distance $D=15$ cm. **b.** En trait plein (*bleu*) : transformée de Fourier du signal enregistré en sortie du milieu désordonné. En pointillés (*rouge*) : transformée de Fourier du signal enregistré après propagation dans l'eau sur une distance $D=15$ cm.

La Figure 2-9 présente en décibels l'amplitude des signaux reçus en sortie des échantillons sur une étendue spatiale de 5 cm autour de la position située en face de la source. Ce qui confirme le caractère dispersif de l'échantillon périodique (Figure 2-9.a) et la capacité de l'échantillon désordonné à propager une impulsion (Figure 2-9.b) sans déformation.

La figure Figure 2-9 met aussi en évidence le fait que le faisceau est confiné spatialement en sortie de l'échantillon désordonné. En effet sur la Figure 2-9.a on note que le signal s'étend sur au moins 4 cm en sortie de l'échantillon périodique tandis qu'il s'étend sur 2 cm environ en sortie de l'échantillon désordonné (Figure 2-9.b).

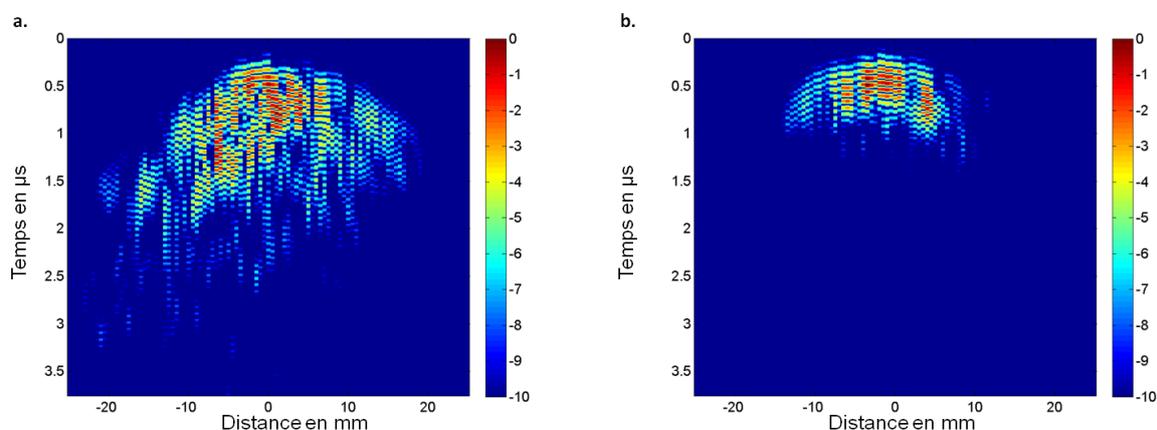


Figure 2-9 : **a.** Représentation Bscan du champ ultrasonore (en dB) enregistré en sortie de l'échantillon périodique. **b.** Représentation Bscan du champ ultrasonore (en dB) enregistré en sortie de l'échantillon désordonné.

2.2.3 Moyenne sur le désordre : aspect spatial

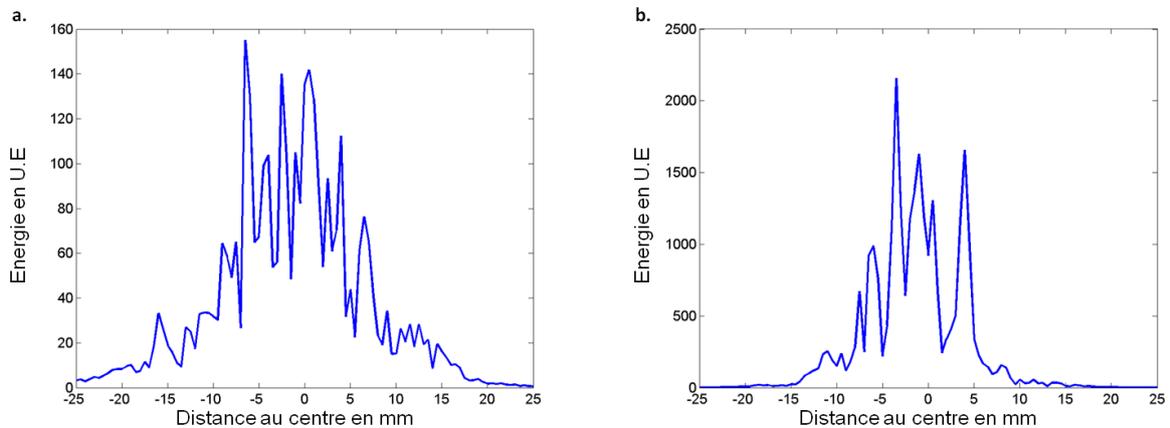


Figure 2-10 : **a.** Energie mesurée en sortie de l'échantillon périodique. **b.** Energie mesurée en sortie de l'échantillon désordonné.

De plus, l'amplitude des fluctuations d'intensité d'une position à l'autre paraît plus importante dans le cas du milieu désordonné que dans le cas du milieu périodique (Figure 2-10). Nous pouvons par ailleurs noter que la distribution d'intensité n'est pas symétrique dans le cas périodique. En effet, aux fréquences utilisées le milieu n'est en fait pas parfaitement périodique. Au fond, on compare plutôt un milieu faiblement désordonné avec un milieu très désordonné.

Nous ne disposons cependant pas de données suffisantes pour effectuer une véritable étude statistique permettant de les quantifier. Toutefois, ces fluctuations d'intensité ainsi que le confinement latéral du faisceau ultrasonore après propagation dans le milieu désordonné laissent penser qu'un régime de localisation transverse est atteint. Afin de conforter cette hypothèse, nous nous sommes intéressés à l'étude de l'intensité moyenne.

Profil spatial

Afin d'effectuer une moyenne sur différentes réalisations du désordre, nous avons insonifié l'échantillon à différents endroits. En effet, sans déplacer l'échantillon, nous avons successivement émis le même signal avec 12 différents groupes de 10 transducteurs. Nous avons enregistré le signal en sortie de l'échantillon sur les mêmes 161 positions pour toutes les émissions. Pour chacune des 12 émissions, nous avons conservé les signaux reçus sur une étendue spatiale de 4 cm en la centrant en face de la source.

2.2 Guidage d'une impulsion ultrasonore large bande par le désordre

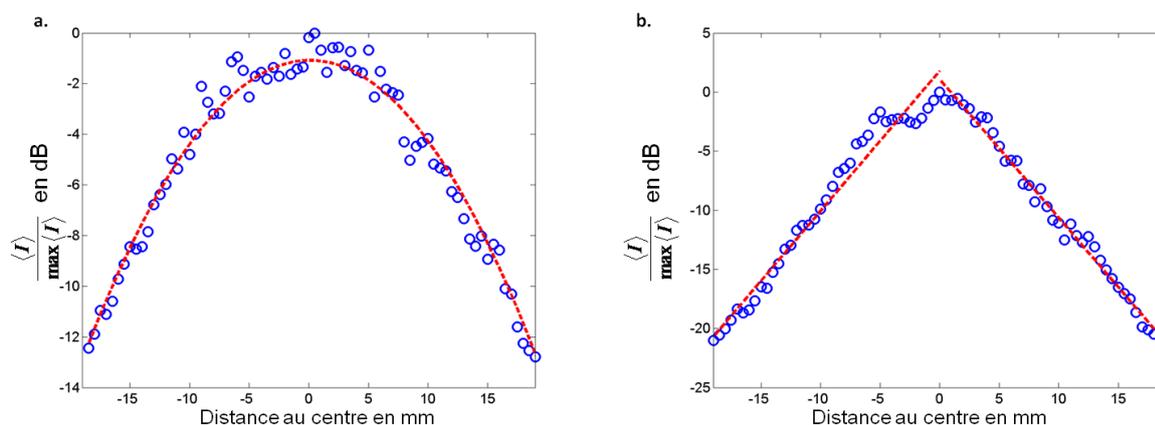


Figure 2-11 : **a.** Les cercles (*bleu*) représentent le profil de l'intensité moyennée sur 12 positions de la source après propagation dans le milieu périodique, la courbe en pointillé (*rouge*) le modèle gaussien. **b.** Les cercles (*bleu*) représentent le profil de l'intensité moyennée sur 12 positions de la source après propagation dans le milieu désordonné, la courbe en pointillé (*rouge*) le modèle exponentiel.

Une moyenne de l'intensité sur ces 12 réalisations du désordre à été effectuée. Nous obtenons le profil spatial présenté sur la Figure 2-11b. Le meilleur fit du logarithme du profil spatial obtenu est le fit linéaire. Le profil spatial en sortie du milieu désordonné suit ainsi une décroissance exponentielle. Nous obtenons donc une possible signature de la localisation forte.

Par ailleurs, nous avons effectué la même expérience de moyenne avec l'échantillon périodique. Comme le pas entre les différentes positions d'insonification du milieu n'est pas un multiple du pas réseau et que, comme souligné précédemment, l'échantillon n'est pas parfaitement périodique les fluctuations observées sur la Figure 2-10a. sont « lissées ». Le profil spatial obtenu est modélisé par une gaussienne (Figure 2-11a.) ; ce qui nous assure du fait que l'allure du profil spatial d'intensité en sortie du milieu désordonné n'est pas due à un phénomène d'absorption. En effet, si cela était le cas nous obtiendrions la même allure pour le profil spatial d'intensité en sortie du milieu périodique.

Une étude expérimentale plus complète nécessiterait d'étudier l'évolution de la largeur du faisceau en fonction de la distance de propagation, ce qui serait très fastidieux compte tenu de la méthode de conception de nos échantillons.

Expression de la longueur de localisation

Dans notre système, une onde ultrasonore se propage dans un milieu invariant dans la direction de propagation et dont la célérité et la densité sont des fonctions des dimensions transverses. Nous avons mis en évidence que lorsque les propriétés acoustiques du milieu sont aléatoires dans le plan transverse, l'étendue spatiale du faisceau est confinée et la dispersion est limitée. En outre, les fluctuations d'intensité sont grandes et l'intensité moyenne décroît exponentiellement avec la distance. Nous pensons observer un phénomène de localisation dans le plan transverse : l'onde ultrasonore se propage suivant z , le faisceau s'étale dans le plan (x, y) sur une distance caractéristique de l'ordre de la longueur de localisation ξ et l'intensité moyenne s'écrit :

$$I(y) = I_0 \exp\left(-\frac{2y}{\xi}\right) \quad (2-1)$$

En physique du solide, la théorie d'échelle prédit que la longueur de localisation en deux dimensions s'écrit $\xi = l^* \exp\left(\frac{\pi k_F l^*}{2}\right)$ où k_F est le nombre d'onde de Fermi [35] c'est-à-dire le plus grand nombre d'onde accessible. Dans notre expérience, le nombre d'onde pertinent est le nombre d'onde transverse. Par analogie, la longueur de localisation est donnée par l'expression :

$$\xi = l^* \exp\left(\frac{\pi k_T l^*}{2}\right) \quad (2-2)$$

où k_T est le nombre transverse maximum.

Détermination de la taille effective de la source

Dans cette configuration, la longueur de localisation est donc dépendante du nombre d'onde transverse $k(x, y)$ maximum émis par la source $S(x, y)$. La distribution $D_k(k_x, k_y)$ en nombre d'onde transverse émis par la source est donnée par la transformée de Fourier spatiale de la source $D_k(k_x, k_y) = TF(S(x, y))$. Or les éléments qui constituent le réseau de transducteurs sont rectangulaires et sont tels que présentés sur la Figure 2-12 avec $a_x \approx 1 \text{ cm}$

2.2 Guidage d'une impulsion ultrasonore large bande par le désordre

et $a_y \approx \lambda$. On a donc $d_x = a_x$ et $d_y = 10a_y$. On en déduit que la source est un rectangle de longueur d_x et de largeur d_y . Ainsi :

$$D_k(k_x, k_y) = \text{sinc}\left(\frac{k_x d_x}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{k_y d_y}{2}\right) \quad (2-3)$$

On a donc $k_{x\max} = \frac{2\pi}{d_x}$ et $k_{y\max} = \frac{2\pi}{d_y}$. Comme $d_x < d_y$, le nombre d'onde transverse maximum émis par la source est donné par le nombre transverse maximum émis dans la direction y.

Afin de déterminer d_y , nous avons mesuré dans la direction y le signal reçu à 15 cm de la source après émission par dix éléments consécutifs du réseau de transducteurs de 5 arches de sinusoïde à 7.5 MHz. Nous faisons l'hypothèse que nous sommes dans les conditions de Fraunhofer. C'est-à-dire que nous supposons que $\frac{d_y^2}{\lambda D} \ll 1$. L'intensité théorique diffractée par l'ouverture rectangulaire dans la direction y s'écrit alors $I(y) = I_0 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi y d_y}{\lambda D}\right)$. La Figure 2-13 présente l'intensité mesurée expérimentalement dans la direction y. On la compare à la courbe théorique. En prenant $d_y = 12\lambda$, on explique l'allure du diagramme de rayonnement à 15 cm. On en déduit ainsi la taille effective de la source.

On note que nous ne sommes pas exactement dans les conditions de Fraunhofer $\frac{d_y^2}{\lambda D} = 0.2$ ce qui peut expliquer que l'accord des deux courbes ne soit pas parfait au niveau des lobes secondaires.

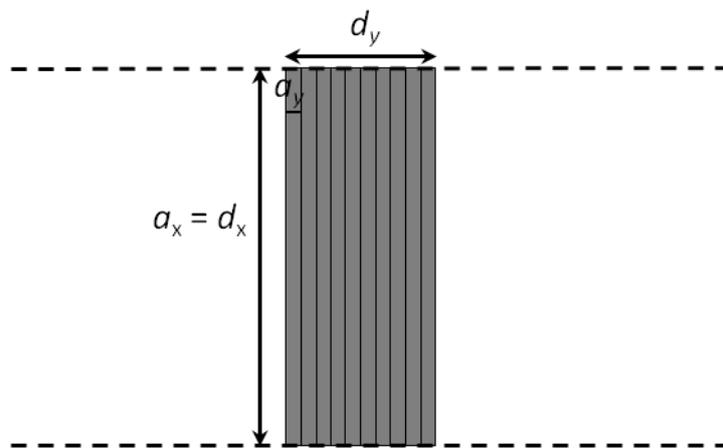


Figure 2-12 : Schéma de la géométrie de la source

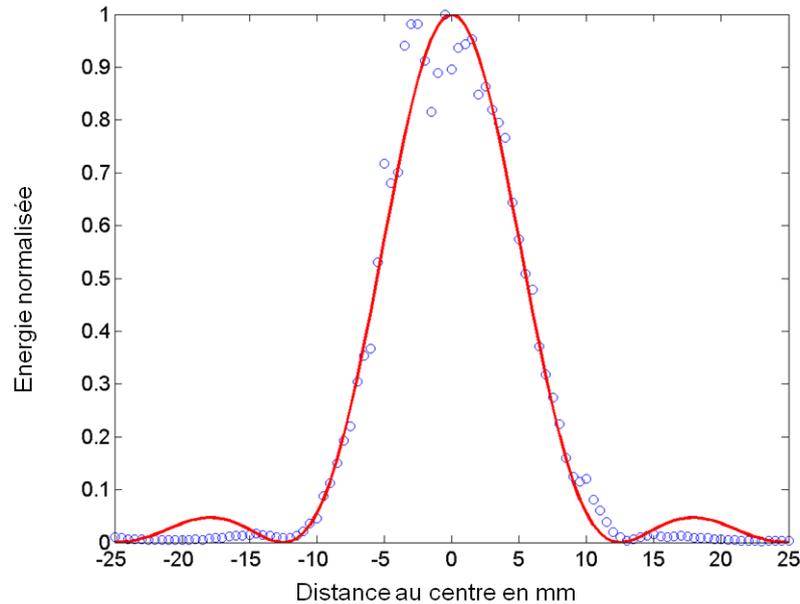


Figure 2-13 : La courbe en o (bleu) représente l'énergie mesurée après propagation dans l'eau sur une distance de 15 cm après émission d'une impulsion par 10 transducteurs consécutifs de la source, la courbe en trait plein (rouge) le modèle issu de la diffraction de Fraunhofer.

Détermination d'un ordre de grandeur du libre parcours moyen

Le profil spatial de l'intensité moyenne sur la Figure 2-11b. est modélisé par l'expression $I(y) = I_0 \exp\left(-\frac{2y}{\xi}\right)$ avec $\xi = 7.4 \text{ mm}$. D'après l'équation (2-2) donnant l'expression de la longueur de localisation en fonction du libre parcours moyen et du nombre d'onde transverse maximum, nous pouvons à présent déterminer graphiquement un ordre de grandeur du libre parcours moyen. Nous traçons la courbe représentative de la fonction $f(l^*) = l^* \exp\left(\frac{\pi^2 l^*}{d_y}\right)$ et nous déterminons pour quelle valeur de l^* on vérifie $f(l^*) = \xi$. On déduit graphiquement $l^* \simeq 600 \mu\text{m}$, valeur compatible avec le critère de Ioffe-Regel $kl_s \approx 1$ (en assimilant libres parcours moyens élastique et de transport).

2.2 Guidage d'une impulsion ultrasonore large bande par le désordre

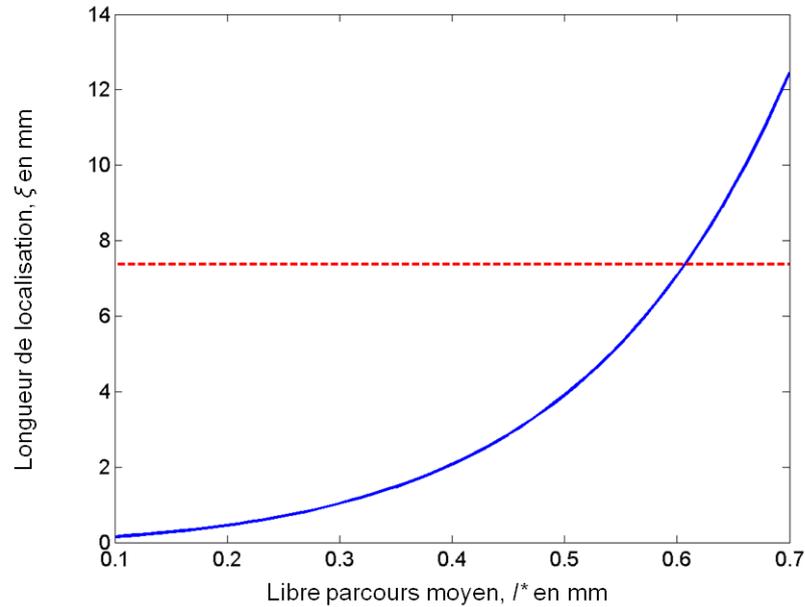


Figure 2-14 : En trait plein (bleu), la fonction $f(l^*) = l^* \exp\left(\frac{\pi^2 l^*}{d_y}\right)$, en pointillé (rouge) la valeur de la longueur de localisation déterminée à l'aide du profil spatial de l'intensité moyenne $\xi = 7.4 \text{ mm}$

Selon l'ISA (Independent Scattering Approximation) et en supposant que $l^* = l_s$, l^* est donné par l'expression suivante :

$$l^* = \frac{1}{n\sigma} \quad (2-4)$$

avec n la fraction surfacique en diffuseurs et σ la section efficace de diffusion.

Si on estime la section efficace de diffusion à $\sigma = 4r$ (régime des hautes fréquences) on obtient $l^* \simeq 3 \text{ mm}$. Il y a donc tout de même un facteur 5 entre cette valeur et celles déduites des mesures expérimentales. Nous ne sommes pas, aujourd'hui, en mesure d'expliquer cet écart. De prochaines mesures de l^* fondées sur l'enregistrement du cône de rétrodiffusion cohérente et de l'intensité moyenne transmise permettront d'affiner la conclusion.

Quoi qu'il en soit, nous avons montré que nous sommes capables de guider une impulsion ultrasonore large bande d'une manière originale à l'aide d'un milieu désordonné.

Grâce au désordre, on empêche l'étalement spatial mais aussi l'étalement temporel de l'impulsion ultrasonore large bande. Nous pensons que ce confinement s'explique par l'atteinte du régime de localisation transverse.

Afin de déterminer sans ambiguïté la propagation en régime de localisation transverse, il faudrait faire une étude de l'évolution de l'étendue spatiale transverse en fonction de la distance de propagation ainsi qu'une étude statistique des fluctuations d'intensité.

Chapitre 3 Cristaux phononiques de bulles

Nous avons montré dans les deux précédents chapitres comment des effets de désordre peuvent être mis à profit pour piloter le guidage d'une onde ou sa focalisation. Dans ce troisième chapitre, nous nous sommes intéressés aux effets de filtrages induits par une assemblée désordonnée, ou non, de diffuseurs résonants, en l'occurrence des bulles d'air dans de l'eau ou dans des milieux souples aux propriétés élastiques proches de celles de l'eau.

Une bulle d'air dans l'eau est en effet un diffuseur acoustique résonant particulièrement intéressant en cela qu'à la résonance sa longueur d'onde dans l'eau et dans l'air est très grande devant sa taille caractéristique [36] et que sa section efficace de diffusion peut être de plusieurs ordres de grandeur supérieure à sa section géométrique. Une bulle d'air dans l'eau possède un degré de liberté interne qui en fait « l'atome des acousticiens ».

Une littérature abondante est consacrée à la propagation acoustique dans des assemblées de bulles. De nombreux travaux théoriques et numériques ont mis en évidence l'intérêt de ces types de milieu pour concevoir des cristaux phononiques présentant des bandes interdites très larges [37] ou encore pour observer la localisation d'Anderson [38], [39], [40]. Mais les travaux expérimentaux restent très rares compte tenu de la difficulté à réaliser un échantillon de bulles parfaitement contrôlé.

Après une première partie de rappel sur la bulle et ses propriétés, la seconde partie sera consacrée à ce qui a constitué l'objectif majeur de mon travail de thèse : concevoir et étudier un cristal phononique de bulles influençant la propagation ultrasonore. Il s'agit donc de construire des assemblées stables de bulles d'air de taille de l'ordre de la dizaine de microns. Cette partie de mon travail a revêtu un caractère résolument pluridisciplinaire : elle m'a en

effet conduit, non seulement à aborder la question de l'acoustique des bulles, mais aussi à m'intéresser au comportement rhéologique de polymères, à leur chimie et à l'outil microfluidique qui permet la génération de bulles d'air calibrées. A cet égard, une collaboration fructueuse a ainsi été engagée avec le laboratoire de microfluidique de l'ESPCI (MMN).

Dans un premier temps, nous avons étudié la propagation ultrasonore à travers une assemblée de bulles réparties périodiquement ou non dans un plan. Nous montrons alors qu'un plan de bulles peut être décrit comme un métamatériau acoustique et qu'il semble être un bon candidat pour répondre à la problématique actuelle de filtrage des ondes sonores [41]. En empilant plusieurs plans identiques, nous avons réalisé le premier cristal phononique de bulles tridimensionnel et mis en évidence l'existence de bandes interdites liées aux effets conjoints des résonances individuelles des bulles et de la périodicité du réseau cristallin [42].

Dans une deuxième série d'expériences, nous nous sommes intéressés à des plans compacts de bulles, dits « radeaux de bulles », capables d'absorber sélectivement une fréquence acoustique particulière. Ces travaux sont à rapprocher de ceux relatifs aux métamatériaux super absorbants dans le domaine des micro-ondes.

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

Si on ouvre un dictionnaire pour y chercher la définition du mot *bulle*, on peut lire :

- *Globule rempli d'air ou de gaz qui s'élève à la surface d'un liquide en mouvement, en effervescence, en ébullition ;*
- *Globe formé d'une pellicule de liquide rempli d'air, pouvant se tenir en suspension dans l'air ;*
- *Globule gazeux qui se forme dans une matière en fusion.*

Si l'on cherche dans un dictionnaire anglo-saxon, le mot *bubble* renvoie les définitions suivantes :

- *A thin film of liquid forming a hollow globule around air or a gas.*
- *A small globule of air or a gas in a liquid or a solid*
- *The sound made by a bubbling liquid*

Et le verbe *To bubble* signifie :

- *To move or flow with a gurgling sound. To gurgle: (of liquids esp. of rivers, streams, etc.) to make low bubbling noises when flowing.*

Les définitions en anglais et en français sont similaires mais la définition anglo-saxonne est plus riche. Les deux définitions s'accordent pour dire qu'une bulle est une petite inclusion gazeuse de forme sphérique dans un liquide ou un solide ou qu'une bulle est une petite inclusion sphérique gazeuse formée par un film mince de liquide dans un gaz. A cette définition, la langue anglaise ajoute l'idée que le murmure des ruisseaux, et la plupart des bruits d'écoulement, sont le fait de bulles d'air incluses dans le liquide.

Nous retiendrons alors pour la suite de notre étude qu'une bulle d'air est un objet généralement petit, sphérique, rempli de gaz et immergé dans un liquide dont il a la propriété de modifier les propriétés acoustiques.

Avant d'étudier l'acoustique de la bulle, nous faisons quelques rappels concernant les conditions d'équilibre d'une bulle qui devront être pris en compte pour la conception de nos échantillons.

3.1.1 La bulle en physique des liquides

Une interface liquide / gaz est définie comme la zone de transition entre une phase liquide et une phase gazeuse. On peut généralement considérer que son épaisseur est faible devant sa surface et ainsi la traiter comme une phase bidimensionnelle où ont lieu des phénomènes d'échange.

3.1.1.1 La tension de surface

Lorsqu'un tube capillaire est plongé dans un liquide mouillant une colonne de liquide monte dans le tube et sa surface libre n'est pas plane et horizontale mais courbée. On interprète cela en introduisant des forces supplémentaires qui apparaissent à l'interface liquide/gaz : ce sont les forces de tension de surface.

Cette notion de tension de surface a pour origine les interactions attractives moléculaires de type Van Der Waals [43]. Tandis qu'au sein du liquide, les molécules sont soumises à des forces attractives exercées par toutes leurs voisines et qui en moyenne se compensent, il n'en est pas de même à la surface du liquide où elles perdent en moyenne la moitié des interactions cohésives. Une molécule à l'interface n'est plus alors soumise qu'aux actions d'une partie de l'entourage initial dont la résultante est orientée vers le liquide (Figure 3-1)

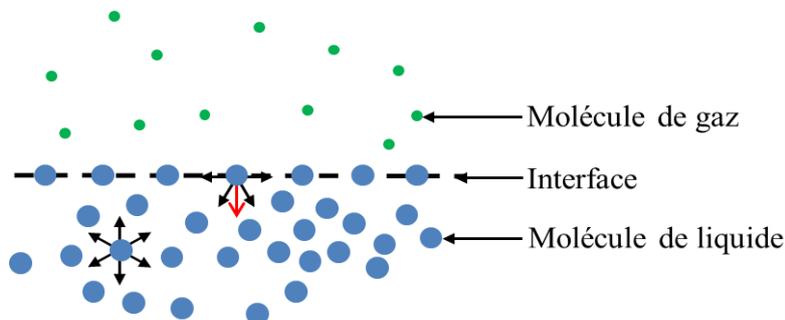


Figure 3-1 : Représentation schématique de l'interface liquide/gaz d'un point de vue microscopique.

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

Si l'on souhaite monter des blancs en neige, c'est-à-dire former une multitude de petites bulles d'air piégées dans le liquide, il faut « battre le blanc d'œuf » à l'aide d'un fouet. Celui ou celle qui s'attelle à cette tâche, se rend bien compte qu'il est indispensable de fournir de l'énergie mécanique au système pour créer de la surface. Pour augmenter de dA la surface du liquide, il faut fournir le travail $\delta W = \sigma dA$ où σ est la tension de surface. On peut donc définir σ comme l'énergie à fournir pour augmenter la surface d'une unité. A température et pression fixées, la tension de surface de l'interface peut alors être considérée comme l'énergie libre de Gibbs G par unité de surface $\sigma \equiv \left(\frac{\partial G}{\partial A}\right)_{P,T}$. Les structures thermodynamiques stables sont donc celles pour lesquelles l'énergie libre est minimale ; comme σ est constante, les structures stables sont celles qui réalisent une surface minimale, ce qui explique la forme sphérique des bulles de gaz dans l'eau.

En résumé, la tension de surface peut être considérée d'une part comme une force par unité de longueur qui « tend » les interfaces et d'autre part comme l'énergie à fournir par unité de surface pour créer de la surface.

3.1.1.2 La loi de Laplace

Considérons une bulle de gaz statique immergée dans un liquide et dont le rayon est « assez petit » pour que la bulle reste sphérique. La variation δG d'énergie libre du système {bulle-interface} lorsque sa surface et son volume varient s'écrit :

$$\delta G = \delta G_{surface} + \delta G_{volume} = \sigma dA - P_{int}dV + P_{ext}dV \quad (3-1)$$

Le minimum d'énergie est alors obtenu pour :

$$\delta G = 0 \Leftrightarrow P_{int} - P_{ext} = \frac{\sigma dA}{dV} \quad (3-2)$$

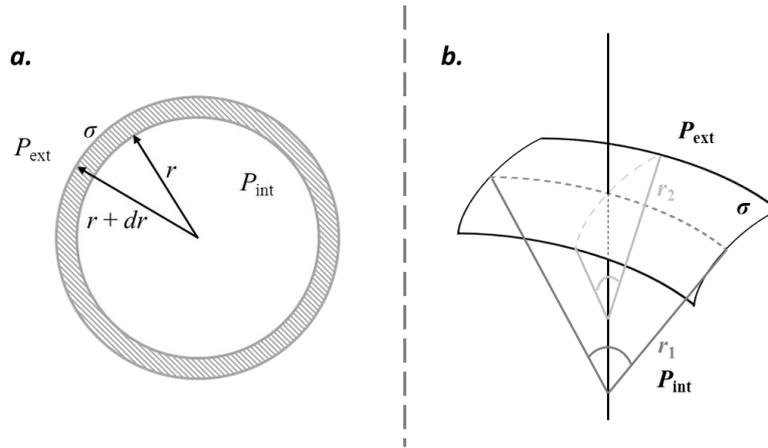


Figure 3-2 : **a.** Représentation en coordonnées sphériques d’une petite variation du rayon d’une bulle de gaz dans l’eau, où σ est la tension de surface, r le rayon, P_{int} la pression du gaz et P_{ext} la pression dans le liquide. **b.** Schéma d’un élément de surface en trois dimensions où r_1 et r_2 sont les rayons de courbure locaux.

Dans un système de coordonnées sphériques (Figure 3-2a.), on a $dA = 8\pi r dr$ et $dV = 4\pi r^2 dr$. On en déduit alors que :

$$P_{int} - P_{ext} = \frac{2\sigma}{r} \quad (3-3)$$

Ce résultat est connu sous le nom de loi de Laplace et traduit le fait que la surpression à l’intérieur d’une bulle varie comme l’inverse de son rayon. Du fait de cette surpression, une bulle est en équilibre instable : le gaz contenu dans la bulle a tendance à diffuser vers le liquide et donc la bulle à se dissoudre.

Dans un cas plus général (Figure 3-2b.), si la surface n’est pas sphérique, on la caractérise localement par deux rayons de courbures r_1 et r_2 suivant deux directions orthogonales et la loi de Laplace s’écrit alors :

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (3-4)$$

On peut définir une échelle de longueur, appelée longueur capillaire l_c , à partir de laquelle la gravité n’est plus négligeable. Elle est estimée en comparant la pression de Laplace $\frac{\sigma}{l_c}$ et la pression hydrostatique $\rho g l_c$ et est définie comme la longueur à partir de laquelle la pression hydrostatique est supérieure à la pression de Laplace, soit $l_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$. La longueur capillaire est d’environ 3 mm pour un système de bulle d’air dans de l’eau pure.

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

3.1.1.3 Comment stabiliser une bulle : les molécules tensioactives

Nous avons rappelé que le paramètre physique de base associé à une interface est la tension de surface σ et qu'elle représente le coût énergétique associé à une création de surface. Créer de l'interface coûte donc de l'énergie ; une bulle d'air dans l'eau n'est pas stable thermodynamiquement. Réduire la tension de surface entre l'air et l'eau est donc nécessaire si l'on veut réaliser des échantillons constitués de bulles d'air dans l'eau.

Comme leur nom l'indique, les agents tensioactifs (ou surfactants) sont des molécules ayant des effets sur la tension de surface entre deux phases. Ces molécules sont amphiphiles : elles sont composées d'une partie hydrophile (qui « aime » être dans l'eau), généralement une tête polaire chargée, et d'une partie hydrophobe (qui « n'aime pas » être dans l'eau), généralement une longue chaîne carbonée (Figure 3-3).

En raison de ces propriétés, elles ont une affinité plus grande avec les interfaces qu'avec les constituants purs en solution et s'adsorbent à la surface. Les caractéristiques amphiphiles des tensioactifs leur confèrent également des propriétés auto-associatives : elles peuvent spontanément former des structures en solution dont les caractéristiques géométriques dépendent fortement de la nature des tensioactifs. Pour les différentes expériences réalisées, les tensioactifs utilisés se regroupent sous formes de micelles sphériques au-delà d'une certaine concentration, appelée concentration micellaire critique (notée cmc).

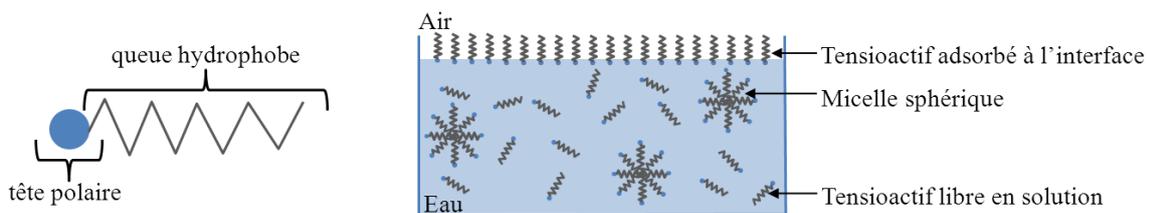


Figure 3-3 : A gauche : représentation schématique d'un tensioactif. A droite : représentation schématique des tensioactifs en solution pour $C > C_{CMC}$.

On peut décrire de manière schématique l'évolution de la tension de surface en fonction de la concentration en molécules tensioactives en reprenant le modèle thermodynamique de Gibbs.

L'isotherme de Gibbs-Duhem s'écrit :

$$d\sigma = - \sum_i \Gamma_i d\mu_i \quad (3-5)$$

Avec pour chaque constituant i de la phase Γ_i la concentration surfacique (ou excès interfacial) et μ_i le potentiel chimique.

Dans le cas d'un tensioactif ionique comme le SDS (sodium de dodécyl sulfate), on est en présence de trois constituants, le solvant (eau), noté 1 et deux solutés (le tensioactif et son contre-ion) notés respectivement 2 et 3. L'isotherme de Gibbs-Duhem s'écrit alors :

$$d\sigma = -\Gamma_1 \ln\mu_1 - \Gamma_2 \ln\mu_2 - \Gamma_3 \ln\mu_3 \quad (3-6)$$

Or le potentiel chimique peut s'exprimer sous la forme :

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln a_i \quad (3-7)$$

Avec μ_i^0 une constante, et a_i l'activité.

L'activité du solvant vaut 1 et l'activité d'un constituant dilué est égale à sa concentration volumique. Si on fait l'hypothèse que le tensioactif ionique et son contre-ion ont la même concentration surfacique, on en déduit l'équation qui décrit la relation entre la tension de surface et la concentration en tensioactif.

$$\frac{d\sigma}{d \ln c_{\text{tensioactif}}} = -2RT \Gamma_{\text{tensioactif}} \quad (3-8)$$

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

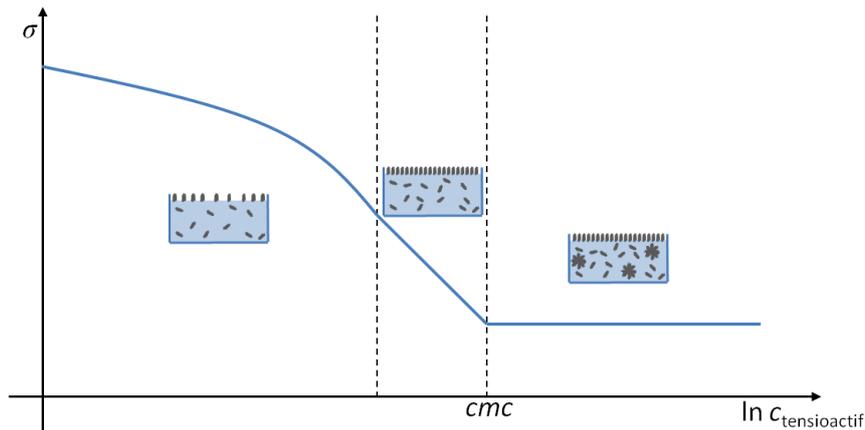


Figure 3-4 : Représentation schématique de l'évolution de la tension de surface en fonction de la concentration en tensioactif.

On distingue trois zones caractéristiques (Figure 3-4). Dans la première zone, la tension de surface décroît et la pente $\frac{d\sigma}{d\ln c_{\text{tensioactif}}}$ augmente : les tensioactifs s'adsorbent à la surface et la concentration surfacique augmente. Dans la seconde zone, la pente $\frac{d\sigma}{d\ln c_{\text{tensioactif}}}$ est constante : la concentration surfacique est saturée et l'ajout de tensioactif a pour effet d'augmenter sa concentration en volume. Au-delà d'une certaine concentration, la tension de surface reste constante, l'ajout de tensioactifs en solution entraîne la formation de micelles, la concentration de tensioactifs libres en solution n'évolue donc plus. Ainsi pour diminuer au maximum la tension de surface, il faut se placer à une concentration en tensioactif supérieure à la concentration micellaire critique.

Cette nécessaire réduction de la tension de surface n'est pas le seul effet des tensioactifs qui contribue à la stabilisation des bulles. Les molécules tensioactives permettent également aux interfaces de résister aux contraintes tangentielles. Une interface couverte de tensioactifs se comporte comme un corps à deux dimensions qui possède ses propres propriétés rhéologiques (élasticité et viscosité) qui fournissent aux interfaces un mécanisme de stabilisation dynamique, ce qui permet de ralentir leur rupture [44]. Autrement dit, la stabilité à court terme est gouvernée par la rhéologie interfaciale.

La viscosité de surface est définie par :

$$\eta_s = \frac{\tau_s}{\dot{\gamma}_s} \quad (3-9)$$

Avec τ_s la contrainte de cisaillement et $\dot{\gamma}_s$ la vitesse de cisaillement

Une augmentation de la viscosité de surface permet de diminuer les fluctuations du film qui conduisent à sa rupture.

L'élasticité de surface est définie par :

$$E_s = \frac{d\sigma}{d\ln A} \quad (3-10)$$

Avec σ est la tension de surface et A la surface.

L'élasticité de surface traduit la capacité d'une interface à ajuster sa tension de surface à une contrainte. Ce qui permet d'expliquer le fait qu'un film de liquide pur (de tension de surface constante) n'est pas stable.

Nous n'entrerons pas plus dans les détails de cette rhéologie. Nous souhaitons simplement insister sur la nécessité d'ajouter des tensioactifs pour créer des échantillons formés de bulles de gaz dans l'eau. Ils permettent non seulement de minimiser le coût énergétique de création des bulles, de limiter la diffusion et de stabiliser les interfaces créées.

3.1.1.4 Stabilité d'une collection de bulles

Si l'on considère un ensemble de bulles d'air dans un liquide, nous parlons de liquide bulleux tant que la fraction volumique de gaz est inférieure à 0.74 et nous parlons de mousse dès que la fraction volumique de gaz dépasse ce seuil. Dans un liquide bulleux, les bulles sont sphériques ; dans une mousse, elles se déforment et deviennent polyédriques. Un cristal compact constitué de bulles d'air monodisperses immergées dans l'eau se situe à la transition entre le liquide bulleux et la mousse. Nous n'avons pas abordé au cours de cette thèse l'étude des mousses. Toutefois, afin de pouvoir nous placer dans des conditions qui permettent d'étudier un arrangement périodique stable de bulles monodisperses, nous devons tenir compte des différents processus qui régissent l'évolution des mousses.

Le **drainage** gravitationnel : le liquide contenu dans la mousse s'écoule vers le bas tandis que les bulles de gaz se déplacent vers le haut. Ce qui entraîne, entre autre, une diminution de la fraction volumique de liquide et donc une déformation des bulles. Ce phénomène est une conséquence de la gravité. Si nous considérons un échantillon dont

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

l'épaisseur est plus faible que la longueur capillaire (de l'ordre de 2 mm pour des bulles de gaz dans une solution aqueuse de tensioactifs), les effets de drainage gravitationnel sont négligeables.

S'il n'existe pas de forces répulsives dans un film de liquide à l'interface de deux bulles, le film s'affine, finit par se rompre et les deux bulles coalescent. La présence de molécules tensioactives aux interfaces permet d'une part de créer des forces répulsives et d'autre part de conférer une élasticité et une viscosité de surface aux interfaces et ainsi de diminuer le phénomène de **coalescence**.

D'après la loi de Laplace, la pression est plus élevée dans les petites bulles que dans les grosses. Il en résulte que si les bulles n'ont pas rigoureusement la même taille, les petites bulles se vident dans les grosses. Le rayon moyen des bulles augmente au cours du temps, c'est le **mûrissement**.

3.1.2 La bulle en acoustique

3.1.2.1 Un résonateur basse fréquence

Considérons une bulle d'air sphérique de rayon R_0 dans un volume infini d'eau pour laquelle les phénomènes dissipatifs, la tension de surface et la gravité sont négligeables et décrivons la comme une sphère pulsante. Son rayon R oscille autour de sa position d'équilibre R_0 , on note $R(t) = R_0 + r(t)$. En supposant que le système {eau + bulle} subit uniquement des transformations adiabatiques réversibles, Minnaert en a établi en 1933 [36] l'équation du mouvement :

$$\frac{4\pi}{3} R_0^3 \rho \ddot{r} + 4\pi R_0 \gamma P_0 r = 4\pi R_0^2 P e^{i\omega t} \quad (3-11)$$

où ρ est la masse volumique de l'eau, γ le rapport des chaleurs spécifiques de l'air à pression et volume constants et P_0 la pression à l'équilibre.

Il a ainsi montré que le mouvement d'une bulle était bien décrit par un modèle d'oscillateur harmonique. L'équation du mouvement se met en effet sous la forme :

$$m\ddot{r} + kr = S_0 P e^{i\omega t} \quad (3-12)$$

où $m = V_0 \rho$ et $k = \frac{\gamma P_0 S_0}{R_0}$ avec V_0 le volume de la bulle et S_0 sa surface.

La masse m est la masse d'eau déplacée par la présence de la bulle et la raideur k correspond à la force de pression intérieure permettant à la bulle de rayon R_0 d'être en équilibre.

La pulsation propre du système, appelée pulsation de Minnaert, s'écrit :

$$\omega_M = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho}} \quad (3-13)$$

Pour donner un ordre de grandeur, une bulle d'air dans l'eau de 100 μm de rayon résonne à une fréquence d'environ 30 kHz, ce qui correspond à une longueur d'onde dans l'eau de 5 cm (dans l'air 1cm) soit 500 fois (dans l'air 100 fois) le rayon de la bulle. La résonance de Minnaert intervient donc pour des longueurs d'onde dans l'air et dans l'eau très grandes devant la taille de la bulle. Cette particularité vient du fait que les deux paramètres de l'oscillateur sont donnés par deux fluides différents. En effet, la raideur k est donnée par la compressibilité de l'air et la masse m par la masse de liquide déplacé.

Lorsque l'on étudie la propagation d'une onde dans un milieu hétérogène constitué d'une matrice dans laquelle sont répartis des diffuseurs, on peut généralement considérer que si la longueur d'onde est grande devant la taille des diffuseurs, la propagation de l'onde est peu ou pas modifiée par leur présence. Cependant, dans le cas où les diffuseurs sont des bulles résonantes, on s'attend à ce que leur présence modifie fortement la propagation de l'onde.

Le fait que pour des fréquences de l'ordre de la fréquence de Minnaert la longueur d'onde dans l'eau soit très grande devant le rayon de la bulle, permet de considérer qu'à ces fréquences seuls les modes propres radiaux du système vont être excités par une onde acoustique. De plus, à ces fréquences, la longueur d'onde dans l'air est elle aussi très grande devant le rayon de la bulle, ce qui implique que l'air de la bulle y subit des compressions et des dépressions uniformes et justifie que l'on puisse n'associer qu'un seul degré de liberté à la bulle. On peut ainsi faire l'analogie avec le comportement d'un atome lorsqu'il est excité par une onde électromagnétique dont la fréquence correspond à l'une de ses transitions.

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

3.1.2.2 Quelques corrections au modèle précédent

Les échanges thermiques entre le liquide et le gaz à l'intérieur de la bulle se font sur une longueur caractéristique dans le gaz $l_D = \sqrt{\frac{D}{\omega}}$ appelée longueur de pénétration thermique [45], [46]. Si les échanges thermiques ne peuvent être négligés, il faut faire intervenir dans l'expression de la fréquence de résonance le coefficient polytropique $\kappa \in [1, \gamma]$. La pulsation de résonance s'écrit alors :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{\gamma}} \omega_M \quad (3-14)$$

avec $\kappa = \frac{Re(\phi)}{3}$ tel que $\phi = \frac{3\gamma}{1+3i(\gamma-1)\left(\frac{l_D}{R_0}\right)^2 \left(1-\sqrt{i\frac{R_0}{l_D}} \coth\left(\sqrt{i\frac{R_0}{l_D}}\right)\right)}$

Si $R_0 \gg l_D$ les échanges thermiques sont négligeables, les transformations sont adiabatiques et $\kappa = \gamma$. A contrario, si $R_0 \ll l_D$, les transformations sont isothermes et $\kappa = 1$.

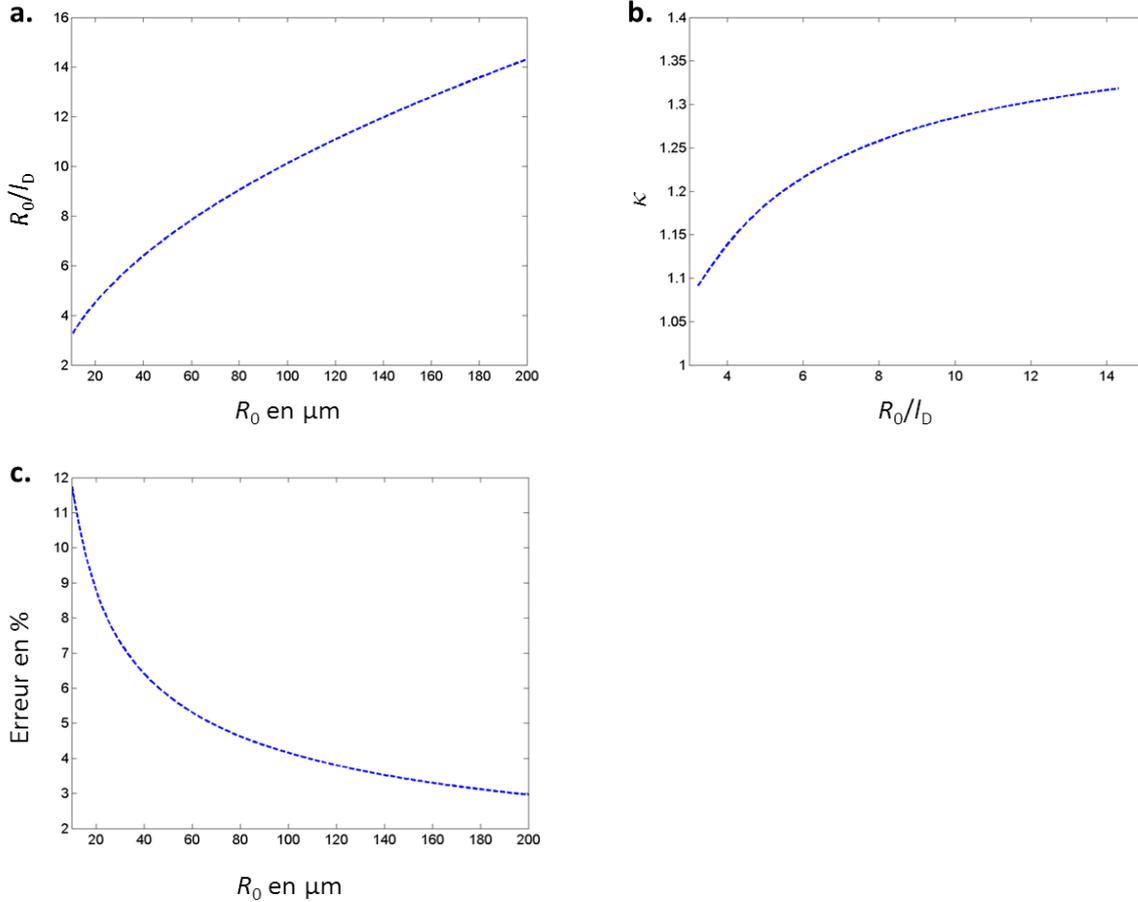


Figure 3-5 : a. Dépendance du rapport $\frac{R_0}{l_D}$ à la résonance en R_0 pour des bulles de rayon $R_0 \in [10\mu\text{m}, 200\mu\text{m}]$, on en déduit la gamme de valeurs du rapport $\frac{R_0}{l_D}$ qui correspond aux bulles considérées dans le manuscrit. b. Variation de κ en fonction du rapport $\frac{R_0}{l_D}$ pour la gamme de valeurs déterminée à l'aide de la figure a. c. Erreur (en %) que l'on fait en considérant que la pulsation de résonance est ω_M au lieu de ω_0 pour les bulles considérées dans ce manuscrit.

Les bulles que nous considérons dans ce manuscrit ont un rayon compris entre $10 \mu\text{m}$ et $200 \mu\text{m}$. Comme l_D dépend de la pulsation et que la pulsation de résonance dépend du rayon R_0 , le rapport $\frac{R_0}{l_D}$ pris à la résonance de Minnaert dépend de R_0 (Figure 3-5a.). Il varie entre 3 et 15. Il en résulte que les échanges thermiques ne sont ni isothermes ni adiabatiques. Il faut donc faire intervenir le coefficient polytropique κ pour décrire le comportement des bulles considérées (Figure 3-5b.). Si on ne fait pas intervenir κ , on commet une erreur de 3 à 12% sur la pulsation de résonance (Figure 3-5c.). Nous tiendrons donc compte des échanges thermiques pour expliquer le comportement des bulles tout au long de ce manuscrit.

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

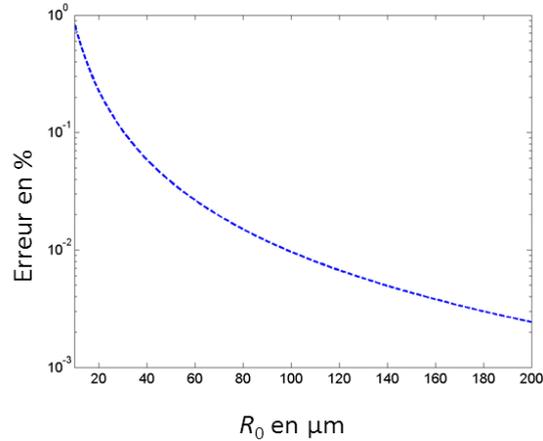


Figure 3-6 : Erreur (en %) effectuée sur la pulsation de résonance lorsque les effets de la tension de surface sont négligés pour les bulles considérées dans ce manuscrit.

La pression à l'intérieur des bulles n'est pas rigoureusement égale à la pression à l'extérieur. Il faut tenir compte de la pression de Laplace. La pression à l'équilibre à l'intérieur des bulles s'écrit alors $P_{int} = P_0 + \frac{2\sigma}{R_0+r}$ et la pulsation de résonance devient :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa g}{\gamma}} \omega_M \quad (3-15)$$

$$\text{avec } = 1 + \frac{2\sigma}{R_0 P_0} - \frac{2\sigma}{R_0 P_0 \left(1 + \frac{2\sigma}{R_0 P_0}\right)}.$$

Pour des bulles dont le rayon est compris entre 10 μm et 200 μm , l'erreur commise sur la pulsation de résonance en négligeant les effets de la tension de surface est inférieure à 1% si on considère que le liquide environnant est de l'eau pure (Figure 3-6). Or, l'eau est le liquide ayant la valeur de tension de surface avec l'air la plus forte. On en déduit qu'il n'est pas nécessaire de connaître la valeur exacte de la tension de surface de la solution aqueuse pour expliquer le comportement des bulles étudiées dans ce manuscrit. Il est certain que l'erreur commise en ne tenant pas compte de la tension de surface (ou en effectuant une erreur sur sa valeur) reste inférieure à 1% dans toutes les expériences effectuées.

3.1.2.3 Modèle d'oscillateur harmonique amorti

La bulle est un oscillateur amorti : il faut inclure les phénomènes dissipatifs de natures radiative, visqueuse et thermique pour décrire son comportement. L'équation qui gouverne l'évolution de son rayon s'écrit alors :

$$m\ddot{r} + b\dot{r} + kr = PS_0 e^{i\omega t} \quad (3-16)$$

$\delta = \frac{b}{m\omega}$ définit une constante d'amortissement qui comporte une composante radiative, une composante visqueuse et une composante thermique. Les expressions de ces différentes composantes ont été établies par Devin [45] :

$$\delta_{rad} = \frac{R_0\omega}{c}, \delta_{vis} = \frac{4\eta}{\rho R_0^2\omega} \text{ et } \delta_{th} = \frac{P_{bulle}}{\rho R_0^2\omega^2} \text{Im}\phi \quad (3-17)$$

Si on cherche une solution stationnaire $r = \text{Re}(\tilde{R}_m e^{i\omega t}) = \text{Re}(R_m e^{i\varphi} e^{i\omega t})$, on obtient $\tilde{R}_m = \frac{\frac{PS_0}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\delta\omega^2}$.

On a alors :

$$R_m = \frac{\frac{PS_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \delta^2\omega^4}} \quad (3-18)$$

$$\tan \varphi = \frac{\delta\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3-19)$$

Le maximum de R_m est obtenu pour une valeur $\omega \neq \omega_0$ qui dépend de $\delta(\omega)$; du fait de la dépendance de δ en ω , l'expression de la fréquence de résonance n'est pas simple. On note toutefois que quelle que soit la valeur de $\delta \neq 0$, l'oscillation du rayon de la bulle est en quadrature de phase avec la pression incidente à la pulsation de résonance du système équivalent non dissipatif.

Si le phénomène dissipatif prédominant est la dissipation visqueuse, avec une viscosité η indépendante de ω , on peut faire l'analogie avec un système masse/ressort soumis à une

3.1 La bulle ou « l'atome des acousticiens »

force de frottements visqueux de type $\vec{f} = -b\vec{v}$. On retrouve alors que la pulsation de la résonance d'élongation s'écrit $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{b}{m}\right)^2}$ et que la résonance de vitesse est obtenue pour $\omega = \omega_0$.

3.1.2.4 Une bulle dans un matériau viscoélastique

On considère à présent que la bulle de gaz n'est plus entourée d'eau mais d'un matériau viscoélastique de coefficient de cisaillement $G^* = G' + iG''$. Si le matériau viscoélastique est suffisamment mou, le mouvement de la bulle peut être décrit par une équation d'oscillateur harmonique dont la raideur k est d'une part due à la compressibilité du gaz à l'intérieur de la bulle et d'autre part à l'élasticité du milieu environnant G' . En négligeant les effets de la tension de surface, Alekseev et ses collaborateurs [47] ont montré que dans ce cas la fréquence propre du système non dissipatif est donnée par l'expression suivante :

$$\omega_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{3\kappa P_0 + 4G'}{\rho}} \quad (3-20)$$

Les constantes d'amortissement radiatives et thermiques sont inchangées, la composante visqueuse a une expression équivalente à celle obtenue dans un liquide $\delta_{vis} = \frac{4G''}{\rho R_0^2 \omega^2}$.

3.2 Vers le premier cristal phononique de bulles

Comme nous venons de le montrer, des bulles d'air dans l'eau sont des diffuseurs acoustiques particulièrement intéressants en cela qu'ils présentent une résonance basse fréquence pour laquelle les longueurs d'onde dans l'air et dans l'eau sont très grandes par rapport à leur taille. En outre, à la résonance, leur section efficace de diffusion est grande par rapport à leur section efficace géométrique. On s'attend donc à ce que des échantillons, même de petite taille comparativement à la longueur d'onde, aient une influence drastique sur la propagation acoustique. Il existe d'ailleurs une littérature très abondante sur le sujet [37], [48], [49]. Les collections de bulles sont en particulier souvent présentées comme les candidats idoines pour l'observation de la localisation d'Anderson en acoustique [38]. Pour autant, si les travaux numériques et théoriques sont très nombreux, les résultats expérimentaux demeurent rares. Pour ce qui concerne les vérifications des prédictions relatives à la localisation d'Anderson, on se heurte dans la pratique au fait que si la section efficace de diffusion est très grande devant la section efficace géométrique, la section efficace d'absorption l'est encore plus. Plus généralement, qu'il s'agisse d'études concernant des répartitions désordonnées ou ordonnées de bulles, la difficulté est de concevoir des échantillons stables et contrôlés. C'est le défi que nous avons cherché à relever au cours cette thèse en concevant le premier cristal phononique de bulles [42].

3.2 Vers le premier cristal phononique de bulles

3.2.1 Les cristaux phononiques

Le concept de réseau cristallin est issu de la physique du solide. Dans un semi-conducteur, un potentiel périodique affecte le déplacement des électrons en modifiant leur relation de dispersion, créant ainsi une structure de bandes d'énergie permises séparées par des bandes interdites.

Le concept de cristal pour les ondes classiques est apparu avec les premières études relatives aux cristaux photoniques à la fin des années quatre-vingts [50], [51], [52]. Les cristaux photoniques sont des assemblages périodiques de diffuseurs diélectriques. Ils ont été initialement imaginés dans l'objectif d'inhiber l'émission spontanée d'atomes [50] mais aussi, en y introduisant progressivement du désordre, de créer les conditions d'observation de la localisation d'Anderson [51]. Aujourd'hui, l'intérêt pour les cristaux photoniques n'est plus uniquement théorique. Les cristaux photoniques bidimensionnels sont déjà utilisés de façon industrielle pour fabriquer des fibres optiques.

Un « cristal phononique » est un assemblage périodique de diffuseurs élastiques, avec un pas de réseau de l'ordre de la longueur d'onde acoustique. Le premier calcul de la structure de bandes mettant en évidence la possibilité d'ouvrir une bande interdite totale (Figure 3-7) a été réalisé en 1993 [53].

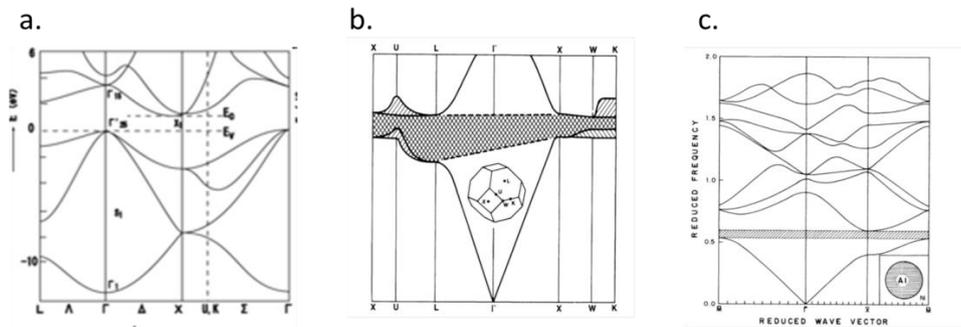


Figure 3-7 : **a.** Relation de dispersion du silicium représentée dans la première zone de Brillouin. **b.** Relation de dispersion du premier cristal photonique représentée dans la première zone de Brillouin. **c.** Relation de dispersion du premier cristal phononique représentée dans la première zone de Brillouin.

On considère généralement que les premiers résultats expérimentaux datent de 1995 lorsque des chercheurs espagnols ont eu l'idée de tester la transmission acoustique à travers une sculpture de l'artiste Eusebio Sempere exposée dans les jardins de la Juan March Foundation à Madrid (Figure 3-8). Il a ainsi été mis en évidence des atténuations marquées

dans le domaine de l'audible autour de 1,7 kHz et 2,4 kHz [54]. Il convient toutefois de rappeler que des études relatives à des réseaux périodiques de diffuseurs élastiques ont été menées dès les années 1970, en particulier dans le contexte du développement des filtres à ondes de surface [55], [56], [57].

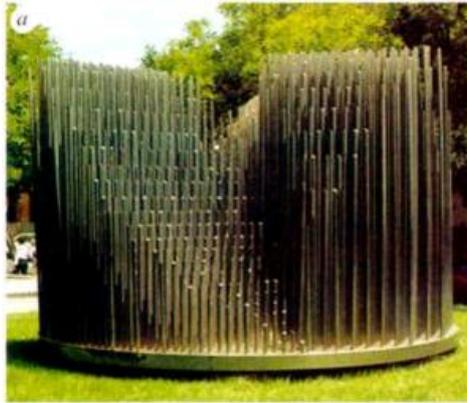


Figure 3-8 : Sculpture d'Eusebio Sempere exposée dans les jardins de la Juan March Foundation à Madrid.

L'origine physique des bandes interdites phononiques est la même que pour les réseaux périodiques d'atomes [58]. Considérons deux plans cristallins séparés d'une distance d (Figure 3-9):

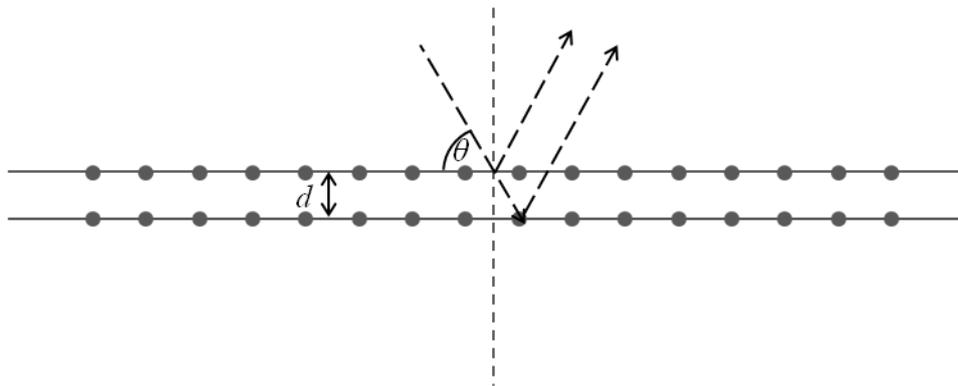


Figure 3-9 : Représentation schématique de la diffraction par un cristal : deux plans cristallins parallèles sont séparés d'une distance d , un rayon incident avec un angle θ est réfléchi successivement par les deux plans.

3.2 Vers le premier cristal phononique de bulles

En supposant que les plans parallèles de diffuseurs agissent comme des miroirs semi réfléchissants pour les ondes acoustiques, la réflexion est totale lorsque les rayons qu'ils réfléchissent sont en phase ; ils interfèrent alors de manière constructive. La différence de phase entre les rayons réfléchis par deux plans consécutifs est $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \sin \theta$. Les interférences sont constructives ssi $\Delta\phi = 2n\pi$, ce qui conduit à la relation de Bragg bien connue: $n\lambda = 2d \sin \theta$. Si le nombre de plans cristallins est infini, la transmission pour l'angle θ s'annule. Il y a apparition de fréquences interdites $f_n(\theta) = \frac{nc}{2d \sin \theta}$ dans la direction θ . En fonction des contrastes de densité et de célérité et des distances caractéristiques entre les diffuseurs, il y a alors apparition d'une bande interdite (stop band) de largeur Δf_n autour de la fréquence f_n dans la direction θ . En généralisant cette approche à trois dimensions, on déduit que l'on obtient une bande interdite totale (i.e. une bande interdite pour toutes les directions possibles d'insonification) lorsque les bandes interdites obtenues pour toutes les directions θ se recouvrent.

Les cristaux phononiques sont plus simples à fabriquer que leurs homologues optiques et le choix de contraste entre les diffuseurs et la matrice hôte est bien plus grand. En outre, ils permettent de profiter de la souplesse d'utilisation des ultrasons, en particulier de la possibilité de mesurer à la fois l'amplitude et la phase des ondes transmises ou réfléchies par un tel cristal. Les cristaux phononiques constituent donc des milieux intéressants pour tester les possibilités offertes par un cristal pour manipuler une onde. En l'occurrence, la majorité des études se sont concentrées sur la recherche des paramètres qui régissent l'obtention de bandes interdites totales tels que la topologie du réseau [59], le contraste de vitesse et de densité et la fraction volumique en diffuseurs [60], [61], [62]. Des études ont également portées sur la conception de cavités ou de guides d'ondes [63] créés par l'introduction de défauts dans la structure cristalline. Les premiers cristaux tridimensionnels ont été mis au point par J. Page [64]. Ces cristaux 3D ont été utilisés pour mettre en évidence la possibilité d'observer de la réfraction négative et des vitesses de groupe « supraluminiques » pour les fréquences interdites. Des études relatives au comportement de la vitesse de groupe ont également été menées dans le contexte de l'effet tunnel résonant [65]. De la réfraction négative a aussi été prédite pour des ondes transverses [66]. De récentes études ont montré que les cristaux phononiques étaient de bon candidats pour focaliser une onde [67] ou imager un milieu avec une résolution plus petite que la longueur d'onde [68].

Un intérêt essentiel des cristaux phononiques reste d'atténuer efficacement certaines fréquences. En effet, l'un des problèmes de société que nous rencontrons aujourd'hui est la « pollution sonore ». Un enjeu est donc de concevoir des cristaux phononiques dont les bandes interdites se situent dans l'audible. Un matériau présentant une bande interdite totale peut présenter un gap de type Bragg, c'est-à-dire que la position des bandes interdites est obtenue pour une longueur d'onde proche de la distance entre les diffuseurs. Si on cherche à filtrer dans l'audible, autour de 1000 Hz par exemple, la longueur d'onde dans l'air vaut environ 30 cm. Les matériaux efficaces ainsi conçus seront nécessairement épais. Cependant, cette bande interdite totale peut aussi trouver son origine dans les résonances individuelles des diffuseurs [69], [70], [71], [72]. Dans ce cas, pour des diffuseurs petits devant la longueur d'onde à la résonance, il est possible de concevoir des matériaux efficaces à basse fréquence dont l'épaisseur resterait faible [41]. Dans ce cas on peut aussi les appeler des métamatériaux. Les bulles semblent être de bons candidats pour réaliser ce défi.

3.2.2 Outils d'étude numériques

Au cours de ma thèse, j'ai utilisé deux types d'outils pour prévoir les caractéristiques des cristaux phononiques que j'ai conçus et testés expérimentalement. D'une part, pour prédire les positions et les largeurs des bandes interdites, j'ai programmé et utilisé un code de développement en ondes planes qui fournit la relation de dispersion du cristal infini. D'autre part, j'ai utilisé le programme Multel développé par Rebecca Sainidou et ses collaborateurs [73], pour déterminer la transmission à travers des cristaux de taille finie.

3.2.2.1 La méthode de développement en ondes planes

La méthode de développement en ondes planes a été introduite en 1993 par Economou [59] pour prédire la relation de dispersion des cristaux phononiques. Cette méthode est issue de la physique du solide (méthode des ondes planes étendues). Nous la décrivons ci-après très succinctement.

En milieu fluide hétérogène, l'équation de propagation s'écrit en régime monochromatique :

3.2 Vers le premier cristal phononique de bulles

$$\nabla \left(\frac{\nabla P}{\rho} \right) + \left(\frac{\omega^2}{\rho c^2} \right) P = 0 \quad (3-21)$$

avec ρ la masse volumique du fluide, c la vitesse du son dans le fluide et ω la pulsation.

Les fonctions ρ et c sont invariantes par translation de vecteurs du réseau direct. On peut donc décomposer les fonctions $\frac{1}{\rho}$ et $\frac{1}{\rho c^2}$ en série de Fourier sur les vecteurs \vec{G} du réseau réciproque.

$$\left(\frac{1}{\rho} \right) (\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \sigma(\vec{G}) \cdot e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (3-22)$$

$$\left(\frac{1}{\rho c^2} \right) (\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \eta(\vec{G}) \cdot e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (3-23)$$

En appliquant le théorème de Bloch, les solutions de l'équation de propagation s'écrivent :

$$P(\vec{r}) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \sum_{\vec{G}} \Phi_k(\vec{G}) \cdot e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (3-24)$$

L'équation de propagation en milieu fluide se réécrit alors :

$$\forall \vec{k}, \forall \vec{G} \quad \sum_{\vec{G}'} \sigma(\vec{G} - \vec{G}') \cdot (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') \cdot \Phi_k(\vec{G}') = \omega^2 \sum_{\vec{G}} \eta(\vec{G} - \vec{G}') \cdot \Phi_k(\vec{G}') \quad (3-25)$$

En tronquant les sommes infinies à un nombre suffisant d'ondes planes pour assurer la convergence, l'équation s'écrit sous forme matricielle :

$$\forall k \quad M_k \Phi_k = \omega^2 N \Phi_k \quad (3-26)$$

où N et M_k sont des matrices indicées par les vecteurs \vec{G} et \vec{G}' telles que :

$$N = \eta(\vec{G} - \vec{G}') \quad \begin{array}{l} \vec{G} = \vec{0} \quad \eta(\vec{0}) = \frac{f}{\rho_d c_d^2} + \frac{1-f}{\rho_m c_m^2} \\ \forall \vec{G} \neq \vec{0} \quad \eta(\vec{G}) = \left(\frac{1}{\rho_d c_d^2} - \frac{1}{\rho_m c_m^2} \right) F(\vec{G}) \end{array} \quad (3-27)$$

$$M_k = \sigma(\vec{G} - \vec{G}') \cdot (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') \quad \begin{array}{l} \vec{G} = \vec{0} \quad \sigma(\vec{0}) = \frac{f}{\rho_d} + \frac{1-f}{\rho_m} \\ \forall \vec{G} \neq \vec{0} \quad \sigma(\vec{G}) = \left(\frac{1}{\rho_d} - \frac{1}{\rho_m} \right) F(\vec{G}) \end{array} \quad (3-28)$$

Avec :

- $F(\vec{G}) = \frac{1}{A} \int_{A_d} e^{-i\vec{G} \cdot \vec{r}} d^2 \vec{r}$ à deux dimensions où A_d est l'aire d'un diffuseur.

En particulier, pour n diffuseurs circulaires de rayon r_0 par maille : $F(\vec{G}) = 2f \frac{J_1(Gr_0)}{Gr_0}$

- $F(\vec{G}) = \frac{1}{V} \int_{V_d} e^{-i\vec{G} \cdot \vec{r}} d^3 \vec{r}$ à trois dimensions où V_d est le volume d'un diffuseur.

En particulier, pour n diffuseurs sphériques de rayon r_0 par maille : $F(\vec{G}) = 3f(\sin Gr_0 - Gr_0 \cos Gr_0)$

Résoudre l'équation de propagation revient donc à résoudre l'équation aux valeurs propres :

$$\forall k \quad N^{-1} M_k \Phi_k = \omega^2 \Phi_k \quad (3-29)$$

On obtient alors la relation de dispersion $\omega^2(\vec{k})$.

En nous inspirant du programme écrit par F. Van Der Biest au cours de sa thèse [74] pour un réseau carré 2D, nous avons écrit un code qui calcule les relations de dispersion de cristaux phononiques constitués d'une matrice fluide et de diffuseurs fluides sphériques, et ce pour des réseaux cristallins cubique simple, cubique centré, cubique à faces centrées et hexagonal. Afin de valider ce code, les courbes de dispersion qu'il fournit ont été comparées à celles présentées dans la littérature (Annexe 1).

3.2 Vers le premier cristal phononique de bulles

3.2.2.2 Le programme MULTTEL

Le programme Multel [73] permet de déterminer à la fois les courbes de dispersion des cristaux infinis et la transmission à travers un cristal fini. Pour déterminer les champs transmis et réfléchis, le programme calcule dans un premier temps le champ diffusé par un plan infini de diffuseurs sphériques à l'aide de la théorie de la diffusion multiple, ce qui donne les coefficients de transmission, de réflexion et d'absorption du plan en fonction de l'angle d'incidence. Puis, par un calcul matriciel, le programme détermine la transmission, la réflexion et l'absorption pour un nombre de plans de diffuseurs donné. On peut aisément faire varier le nombre et la nature des plans, ainsi que l'arrangement des plans les uns par rapport aux autres. Les diffuseurs et la matrice peuvent être choisis fluides ou solides et les vitesses transverses et longitudinales peuvent être complexes.

Nous avons utilisé la version libre de ce programme pour simuler des arrangements périodiques de bulles de gaz dans un matériau liquide ou solide. Avec ce programme, il est possible d'introduire une vitesse transverse complexe de la matrice solide c_T^* . Elle est directement reliée au module de cisaillement G^* par la relation $c_T^* = \sqrt{\frac{G^*}{\rho}}$. Ainsi, ce programme prend en compte la partie réelle du module de cisaillement (G') de la matrice solide qui modifie la fréquence de résonance des bulles (équation (3-20)) ainsi que sa partie imaginaire (G'') responsable des pertes visqueuses (paragraphe 3.1.2.4). Les pertes radiatives sont également prises en compte par le programme. En revanche, les pertes par conduction thermique ne sont pas considérées par le programme Multel.

Théoriquement, nous sommes donc en mesure avec ce programme de simuler la propagation ultrasonore à travers un cristal phononique de bulles quelconque. Cependant, en pratique, nous avons constaté que lorsque les diffuseurs sont des bulles d'air, il s'avère impossible de faire fonctionner le programme en ajoutant une partie imaginaire à la vitesse transverse de la matrice. Il est également impossible d'avoir accès au comportement de nos cristaux phononiques au-delà d'une certaine fréquence dès que l'on introduit une vitesse transverse réelle du son dans la matrice. Il nous faut donc introduire G^* d'une autre manière pour simuler correctement les cristaux phononiques de bulles étudiés. Si la vitesse transverse de la matrice est très petite devant sa vitesse longitudinale, on peut considérer qu'il n'y a aucune conversion des ondes longitudinales en ondes transverses ; l'effet de G' n'est alors que de modifier la raideur du système oscillant {bulle dans un matériau viscoélastique} et celui de G'' de modifier la constante d'amortissement du système oscillant. Il semble donc

possible d'introduire G^* dans le programme Multel en modifiant uniquement la réponse du système oscillant.

Pour cela, nous reprenons la solution stationnaire $\tilde{R}_m = Re\left(\frac{\frac{PS_0}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\delta\omega^2}\right)$, les expressions de ω_0 et de δ sont données respectivement par les équations (3-20) et (3-17).

Si on se place dans le cas d'une bulle d'air dans l'eau oscillant sans aucun phénomène dissipatif, la fréquence de résonance du système oscillant est fonction de la vitesse du son dans l'air telle que $\omega_{res}^2 = \frac{3\rho_{air}c_{air}^2}{R_0^2\rho}$. En effectuant le même raisonnement dans un matériau viscoélastique, on peut définir une vitesse effective complexe de telle sorte que $\omega_0^2 - i\delta\omega^2 = \frac{3\rho_{air}c_{eff}^2}{R_0^2\rho}$.

En prenant alors $c_{eff} = \sqrt{\frac{(\omega_0^2 - i\delta\omega^2)R_0^2\rho}{3\rho_{air}}}$ et en remplaçant dans le programme la vitesse du son dans l'air par cette vitesse complexe, on peut prendre en compte dans notre simulation la raideur du milieu ainsi que les différents facteurs d'amortissement. Il faut noter toutefois que le programme ne prend que des paramètres d'entrée constants en fonction de la fréquence. On détermine donc c_{eff} en choisissant pour ω le milieu de la bande d'étude.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

Les transducteurs piézo-électriques donnent accès à la phase et à l'amplitude d'un champ ultrasonore. Avec ces instruments, on peut donc aisément mesurer la transmission à travers un cristal phononique ainsi que la relation de dispersion de celui-ci. Nous avons cherché à concevoir des échantillons présentant des propriétés intéressantes dans la gamme de fréquences du MHz pour laquelle le laboratoire possède de nombreux outils de mesure (transducteurs ou réseau de transducteurs).

Notre objectif est de concevoir des cristaux présentant des bandes interdites qui exploitent tout à la fois les résonances des diffuseurs et leur répartition périodique. Puisqu'une bulle d'air de $10\mu\text{m}$ de rayon résonne dans l'eau à une fréquence de l'ordre de 300 kHz, nous devons concevoir des cristaux phononiques avec des bulles de rayon de l'ordre de la dizaine de microns. C'est pourquoi nous avons d'abord eu l'idée d'utiliser des dispositifs de microfluidique pour créer de façon contrôlée des bulles de cette taille. Nous nous sommes donc tournés vers le laboratoire de microfluidique (MMN) de l'ESPCI avec lequel une fructueuse collaboration a ainsi été engagée.

Toute expérience de microfluidique repose sur la conception d'un microsystème dans lequel les fluides étudiés peuvent s'écouler. Le laboratoire MMN de l'ESPCI ParisTech dispose à cette fin depuis 2006 d'une salle blanche permettant la réalisation de microsystèmes par une méthode de lithographie douce. La plupart de ces microsystèmes sont réalisés dans un matériau élastomère : le PDMS (Polydiméthylsiloxane).

Face aux difficultés rencontrées pour fabriquer, en utilisant de tels microsystèmes, des cristaux phononiques stables et de paramètres ajustables (paragraphe 3.4.1), nous avons d'abord exploité une seconde idée : détourner les techniques de microfabrication des dispositifs microfluidiques pour construire, de façon plus directe, des cristaux phononiques en incorporant des inclusions gazeuses de taille et de position parfaitement contrôlées dans du PDMS. C'est ainsi que je suis parvenue à fabriquer les premiers cristaux phononiques de bulles.

3.3.1 Conception des échantillons

3.3.1.1 Propriétés de la matrice élastique

Nous avons vu au paragraphe 3.1.2.4 que le module de cisaillement G^* de la matrice déplace la fréquence de résonance vers les plus hautes fréquences. Or, nous souhaitons concevoir des cristaux pour lesquels les diffuseurs présentent une résonance basse fréquence.

La Figure 3-10 compare, pour un milieu viscoélastique de célérité et de masse volumique identiques à celles de l'eau, la longueur d'onde à la résonance avec la taille de la bulle pour différentes valeurs de son module de cisaillement.

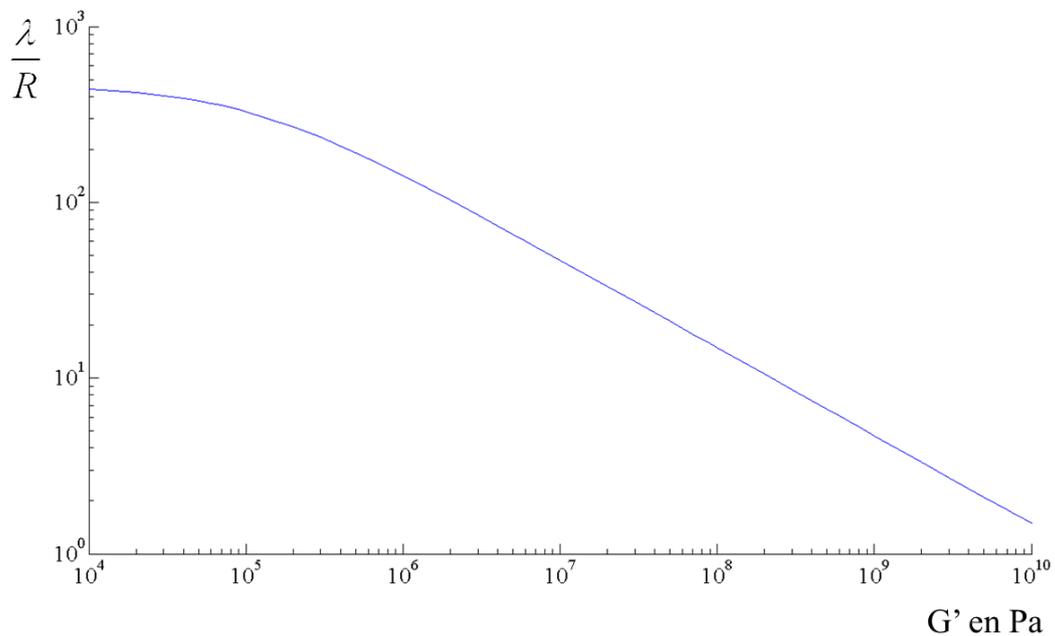


Figure 3-10 : Evolution du rapport de la longueur d'onde à la résonance sur la taille caractéristique de la bulle en fonction de la partie réelle du module de cisaillement d'un milieu de célérité (des ondes longitudinales) et de densité identiques à celles de l'eau.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

Nous constatons que la longueur d'onde à la résonance d'une bulle dans un milieu rigide, i.e. $G' = 10^9 Pa$, est de taille comparable au rayon de la bulle (Figure 3-10). Par conséquent, une bulle dans un tel milieu ne présente pas de résonance à basse fréquence. Toutefois, si le milieu est suffisamment mou, i.e. $G' \leqq 10^6 Pa$, la longueur d'onde à la résonance reste au moins 100 fois supérieure au rayon de la bulle. Le caractère basse fréquence de la résonance est alors préservé.

L'élastomère utilisé pour réaliser les circuits microfluidiques est un polymère : le polydiméthylsiloxane (PDMS). Une fois réticulé, le PDMS est un matériau viscoélastique, transparent optiquement. Nous avons effectué une étude rhéologique de ce matériau qui est décrite en annexe 2. Cette étude nous permet d'affirmer que la valeur de G' est comprise entre 600 kPa et 2,5 MPa pour une gamme de fréquence s'étendant de 1 Hz à 20 MHz. On en déduit donc que sur toute la gamme de fréquence considérée le PDMS est un matériau suffisamment mou pour qu'une bulle y présente une résonance basse fréquence.

3.3.1.2 Construction d'un moule par photolithographie

La première étape dans la fabrication d'un cristal phononique est la construction d'un moule. A cette fin, nous avons défini le procédé schématisé sur la Figure 3-11:

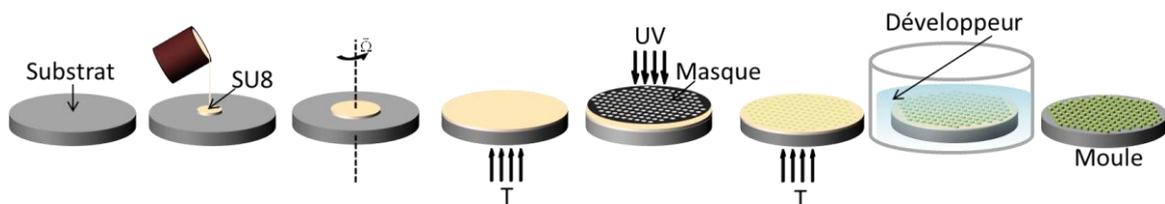


Figure 3-11 : Représentation schématique des différentes étapes de fabrication d'un moule par photolithographie : de gauche à droite, on prend un wafer de silicium sur lequel on dépose une résine photosensible (SU8) que l'on étale à l'aide d'un spincoater. La résine est pré-cuite à 95°C avant d'être exposée aux UV à travers un masque (dont les zones transparentes représentent le motif que l'on souhaite imprimer). La résine est ensuite recuite et les motifs développés de manière à obtenir le moule souhaité.

Une résine photosensible SU-8 est déposée en couche fine sur un substrat (wafer) de silicium de 500 μm d'épaisseur. Ce dépôt s'effectue à l'aide d'un disque tournant à grande vitesse (de 1000 à 10 000 tours par minute) permettant ainsi d'étaler une goutte de résine préalablement déposée au centre du substrat en un film mince homogène (à quelques dizaines de nm près). L'épaisseur du film dépend de la vitesse de rotation et varie typiquement de quelques microns à quelques centaines de microns. La résine ainsi déposée est chauffée à 95 $^{\circ}\text{C}$ pendant quelques minutes (la durée de chauffe dépend de l'épaisseur que l'on souhaite déposer). Une fois cette étape effectuée, le substrat additionné de sa couche de résine est illuminé quelques dizaines de secondes à travers un masque dont les zones transparentes représentent le motif que l'on souhaite imprimer. Pour effectuer un échantillon de bulles dans une matrice de PDMS, les masques que l'on utilise ont la forme représentée sur la Figure 3-12. La source d'illumination est une lampe à vapeur de mercure délivrant des puissances lumineuses de 10 à 20 mW effectifs dans la gamme de longueurs d'ondes de 300 nm à 450 nm. La résine SU-8 que nous utilisons est une résine négative : seules les zones éclairées (i.e. les zones transparentes du masque) réticulent. Le substrat additionné de sa couche de résine est ensuite chauffée plusieurs minutes (la durée de chauffe dépend de l'épaisseur de résine). Une fois cette étape de recuit effectuée, le substrat est placé dans un bain de solvant (développeur) qui dissout la résine non réticulée et laisse intacte la résine exposée. Le moule obtenu est représenté sur la Figure 3-13. Il est constitué de cylindres de hauteur h et de diamètre d répartis périodiquement avec un pas a_x .

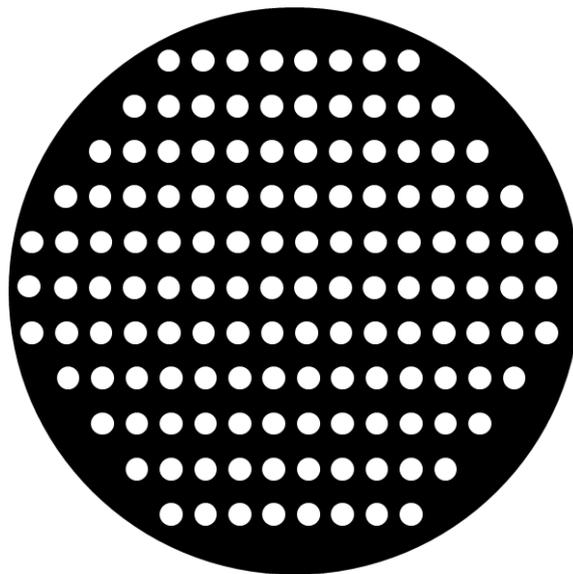


Figure 3-12 : Masque typique utilisé pour réaliser les cristaux phononiques.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

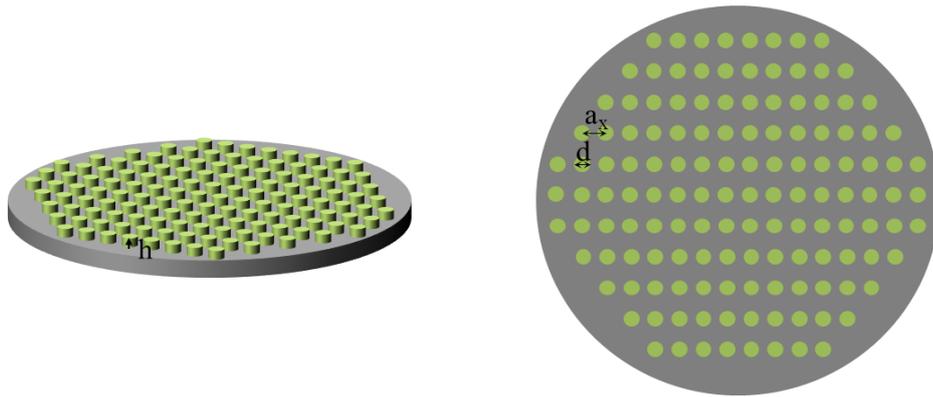


Figure 3-13 : Moule typique obtenu pour réaliser les cristaux phononiques de bulles.

3.3.1.3 Réalisation d'un échantillon

Après avoir réalisé un moule suivant le protocole décrit dans le paragraphe précédent, on mélange le PDMS et l'agent pontant et on dépose ce mélange en couche mince sur le moule à l'aide d'un disque tournant de 100 à 3000 tours par minute (Figure 3-14). Le moule additionné de sa couche de PDMS est placé au four à 72 °C pendant une durée d'une à plusieurs heures. Pendant cette phase, le PDMS réticule et devient solide. Après cette étape de cuisson, la couche de PDMS est démoulée ; elle représente alors la structure du moule en négatif. Dans notre cas, la couche de PDMS présente donc des inclusions cylindriques. L'opération est répétée autant de fois que l'on veut de couches. Les couches sont alors empilées et une fine couche de PDMS ferme la structure. On obtient ainsi un échantillon en trois dimensions présentant des inclusions gazeuses cylindriques réparties périodiquement.

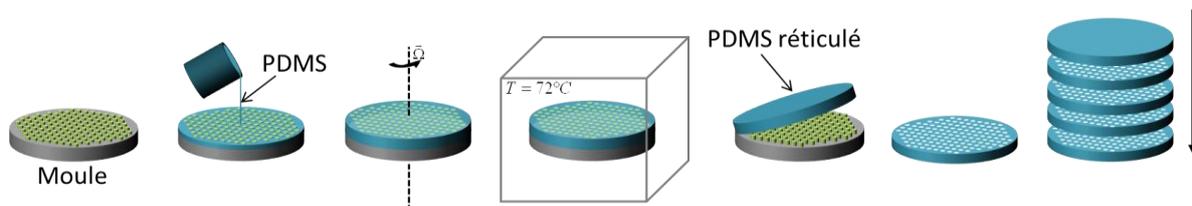


Figure 3-14 : Représentation schématique des différentes étapes de fabrication d'un échantillon : de gauche à droite, sur le moule obtenu par photolithographie, le PDMS liquide est versé et étalé en une couche fine et homogène à l'aide d'un spin coater. Le PDMS est réticulé en plaçant l'échantillon au four à 72°C. Une fois réticulée la couche de PDMS est démoulée. L'opération est répétée N fois et les N couches sont alors empilées.

3.3.1.4 Limites de la technique

La technique que nous avons développée permet de réaliser des cristaux phononiques de bulles en trois dimensions. Cependant l'alignement des couches reste une question problématique. Les cristaux obtenus sont imparfaits. Chaque couche est parfaitement ordonnée et les distances entre couches successives sont identiques. Mais l'alignement d'une couche à l'autre n'est pas parfaitement assuré.

Par ailleurs, cette technique ne nous permet pas de réaliser des échantillons très concentrés. D'une part, nous sommes en effet limités dans la fabrication du moule à un espacement de 20 μm minimum entre les motifs. D'autre part, une couche de PDMS d'épaisseur inférieure à 200 μm est difficilement manipulable.

3.3.1.5 Récapitulatif des échantillons réalisés

Quatre masques différents sont dessinés et imprimés. Les trois premiers présentent des zones transparentes circulaires (diamètre 50 μm) réparties suivant des réseaux carrés de pas respectifs 100 μm , 200 μm et 300 μm . Pour le quatrième, des cercles de même diamètre (50 μm) sont répartis de façon désordonnée avec un pas moyen de 300 μm .

Echantillons de la série 1 :

Dans un premier temps, trois moules sont fabriqués à partir de ces masques par la méthode décrite au paragraphe 3.3.1.2, suivant trois protocoles rigoureusement identiques. En effet, la viscosité de la résine dépend fortement de la température et du degré d'hygrométrie de manière non contrôlée. Il en résulte que, au cours de l'étape de spin-coating, pour une vitesse de rotation donnée, l'épaisseur de résine obtenue est, elle aussi, dépendante de la température et du degré d'hygrométrie de manière non contrôlée. En outre, au cours de l'étape d'exposition aux UV, la taille des motifs dépend du masque mais également, du fait de la diffraction, de la distance entre le masque et le wafer (recouvert d'une couche de résine d'épaisseur h). Il faut donc être capable de contrôler précisément la distance masque-wafer pour envisager de réaliser des expériences reproductibles, ce qui implique de contrôler l'épaisseur h . Il est donc essentiel que les conditions de température et d'humidité soient les mêmes pour que la hauteur et le diamètre des cylindres soient identiques d'un moule à l'autre.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

On réalise donc ces 3 moules en même temps suivant rigoureusement le même protocole. On obtient ainsi trois moules constitués de cylindres de diamètre $d = 78 \mu\text{m}$ et de hauteur $h = 50 \mu\text{m}$ répartis, pour le premier, selon un réseau carré de pas $a_x = 300 \mu\text{m}$, pour le second, selon un réseau carré de pas $a_x = 200 \mu\text{m}$ et pour le troisième, de façon aléatoire avec un pas moyen de $300 \mu\text{m}$.

Le moulage est effectué avec du PDMS RTV615 (Bayers Silicones) mélangé dans un rapport 10:1 avec un agent réticulant adapté (Bayers Silicones). Une couche de $360 \mu\text{m}$ d'épaisseur de ce mélange est déposée sur le moule par spincoating à 100tr/min à température ambiante. De la même manière, une fine couche de référence, du même mélange et de la même épaisseur est déposée sur un substrat vierge de toute structure. Les deux couches sont ensuite cuites à 72°C pendant une heure. Chaque fine couche est mise en sandwich entre deux tranches du même PDMS de 3mm d'épaisseur (Figure 3-15a.). Cette opération est effectuée pour les trois moules.

Deux échantillons constitués de quatre couches sont réalisés suivant le même protocole à partir des moules 1 et 2 (Figure 3-15b.). On empile les quatre couches de $360 \mu\text{m}$ d'épaisseur et la dernière couche est fermée par une couche vierge de toute inclusion gazeuse.

Echantillons de la série 2 :

Une seconde série d'échantillons est réalisée avec trois moules constitués de cylindres de diamètre $d = 64 \mu\text{m}$ et de hauteur $h = 60 \mu\text{m}$ répartis, pour le premier, selon un réseau carré de pas $a_x = 300 \mu\text{m}$, pour le second, selon un réseau carré de pas $a_x = 100 \mu\text{m}$ et pour le troisième, de façon aléatoire avec un pas moyen de $300 \mu\text{m}$.

Le moulage s'effectue avec du PDMS RTV615 (Bayers Silicones) mélangé dans un rapport 10:1 avec un agent réticulant adapté (Bayers Silicones). Une couche de $500 \mu\text{m}$ d'épaisseur de ce mélange est déposée sur le moule par spincoating à 100tr/min . Le mélange ayant été préalablement placé à 6°C pendant une demi-heure (ce qui a pour effet d'augmenter la viscosité du mélange). De la même manière, une fine couche de référence du même mélange et de la même épaisseur est déposée sur un substrat vierge de toute structure. Les deux couches sont ensuite cuites à 72°C pendant une heure. Chaque fine couche est mise en sandwich entre deux tranches du même PDMS de 3mm d'épaisseur (Figure 3-15a.). Cette opération est effectuée pour les trois moules.

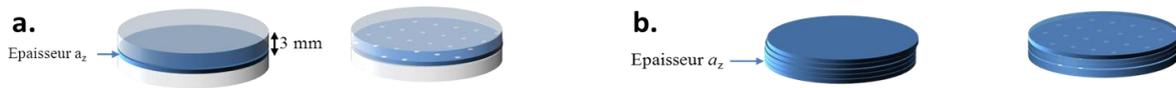


Figure 3-15 : a. Schéma des échantillons simple couche, à gauche l'échantillon de référence, à droite, l'échantillon contenant des bulles. b. Schéma des échantillons multi-couche, à gauche l'échantillon de référence, à droite, l'échantillon contenant des bulles.

Deux échantillons constitués de quatre couches sont réalisés suivant le même protocole à partir du moule 1 (Figure 3-15b.). Le premier échantillon est réalisé en empilant les quatre couches de 475 μm d'épaisseur et en fermant la dernière couche par une couche vierge de toute inclusion gazeuse. Le second échantillon est réalisé en empilant 4 couches de 575 μm et en intercalant une couche vierge de toute inclusion gazeuse entre chaque couche contenant des bulles.

Récapitulons sous forme de tableau les échantillons fabriqués :

Nom	Rayon des bulles en μm	Ordonné/Désordonné	a_x en μm	Nombre de couches	a_z en μm
1L_serie1_1	38	Ordonné	300	1	-
1L_serie1_2	38	Ordonné	200	1	-
1L_serie1_3	38	Désordonné	200	1	-
1L_serie2_1	40	Ordonné	300	1	-
1L_serie2_2	40	Ordonné	100	1	-
1L_serie2_3	40	Désordonné	300	1	-
4L_serie1_1	38	Ordonné	300	4	380
4L_serie1_2	38	Ordonné	200	4	380
4L_serie2_1	40	Ordonné	300	4	475
4L_serie2_2	40	Ordonné	300	4	1150

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

3.3.2 Cristal monocouche : mise en évidence d'un « gap d'hybridation »

3.3.2.1 Montage pour la caractérisation ultrasonore des échantillons

Les mesures ultrasonores sont effectuées dans une cuve remplie d'eau. L'échantillon est placé entre deux transducteurs piézoélectriques, dans le champ lointain de chacun d'eux. L'échantillon étant de taille réduite (5 cm de diamètre), un écran acoustiquement opaque est placé autour de l'échantillon afin de réduire les signaux parasites qui pourraient être diffractés par les bords de l'échantillon (Figure 3-16).

Le coefficient de transmission est obtenu en calculant le rapport des transformées de Fourier des signaux transmis respectivement à travers le cristal et à travers l'échantillon homogène de référence de même épaisseur. Trois paires de transducteurs ont été utilisées dont les fréquences centrales sont respectivement de 0,5 MHz, 1,5 MHz et 2,25 MHz, ce qui nous permet de mesurer la transmission entre 0,2 et 3 MHz. Nous avons vérifié qu'il n'y avait pas de réflexion à l'interface entre deux couches de PDMS vierges d'inclusion gazeuse, garantissant ainsi que nos échantillons constitués de couches empilées peuvent être considérés comme des blocs de PDMS en trois dimensions contenant des inclusions gazeuses.

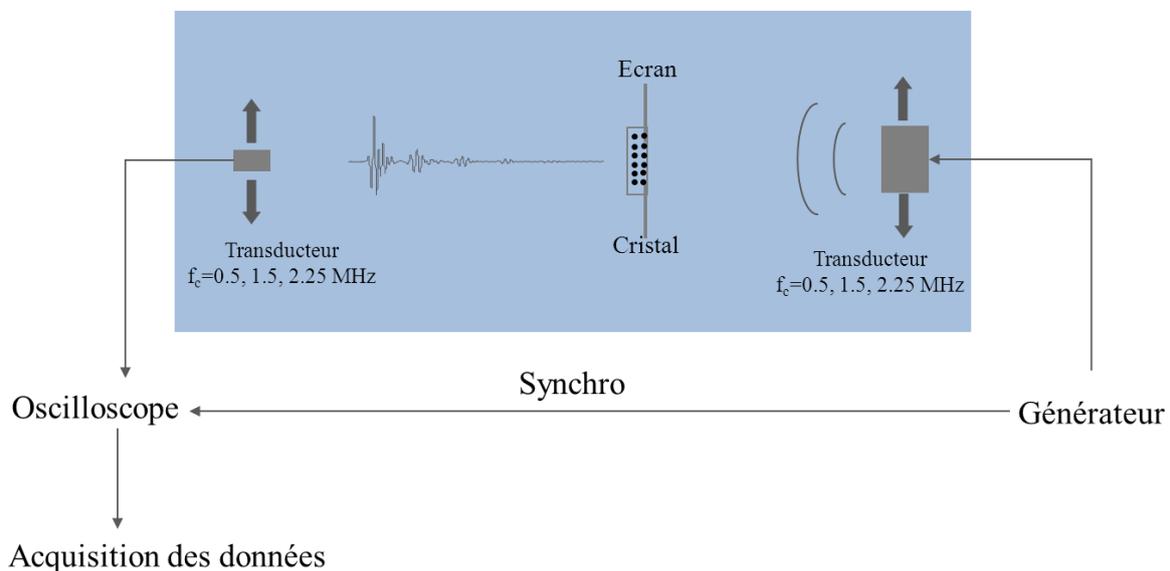


Figure 3-16 : Schéma du montage expérimental pour l'étude des signaux transmis. L'échantillon est collé sur un écran opaque, immergé dans l'eau et placé entre un transducteur plan ($d = 38$ mm) (à droite) relié à un générateur et un transducteur monoélément (3×12 mm) (à gauche) relié à un oscilloscope.

3.3.2.2 Premiers résultats

On mesure la transmission à travers les six cristaux monocouches. Sur la Figure 3-17, l'amplitude de transmission est présentée pour un plan de bulles de rayons $40\ \mu\text{m}$ réparties sur un réseau carré de pas $a_x = 300\ \mu\text{m}$. On note que la transmission à travers le plan est fortement modifiée à basse fréquence par la présence des bulles. Elle présente un minimum à $530\ \text{kHz}$; c'est-à-dire pour une fréquence supérieure de 60% à la fréquence de résonance individuelle des bulles dans le PDMS ($\approx 325\ \text{kHz}$).

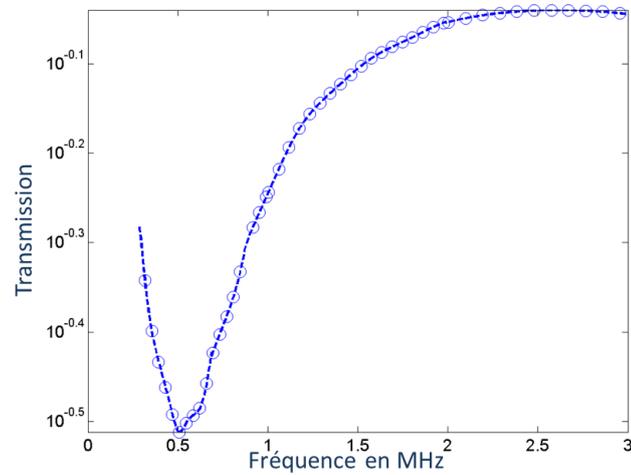


Figure 3-17 : Module de transmission en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 1L_serie2_1.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

3.3.2.3 Modèle analytique et simulation numérique

Pour expliquer la position et la profondeur du minimum, nous nous fondons sur le modèle de Valentin Leroy et al. [75] dont nous rappelons ci-après les grandes lignes.

Considérons une bulle unique de rayon R_0 excitée par une onde plane monochromatique $P_{inc}(z, t) = p_{inc} e^{i(kz - \omega t)}$ de pulsation telle que la longueur d'onde dans l'eau est très grande devant la taille de la bulle (i.e. $kd \ll 1$). La bulle est un diffuseur isotrope à ces fréquences et génère un champ sphérique $P_s(r, t) = \frac{f p_{inc}}{r} e^{i(kr - \omega t)}$ où $f = \frac{R_0}{(\frac{\omega_0}{\omega})^2 - 1 - i\delta}$ est l'amplitude de diffusion d'une bulle.

Si l'on considère un plan de diffuseurs, isotropes et indépendants, insonifié par une onde plane, les coefficients de transmission et de réflexion sont alors donnés par les expressions suivantes :

$$T = 1 + \frac{2i\pi n}{k} f \quad (3-30)$$

$$R = \frac{2i\pi n}{k} f \quad (3-31)$$

Dans le cas des plans de bulles composant nos cristaux phononiques, les concentrations sont telles que nous ne pouvons pas considérer que les diffuseurs sont indépendants entre eux : les propriétés de diffusion d'une bulle sont fortement modifiées par la présence des bulles voisines. L'amplitude de diffusion d'une bulle entourée d'autres bulles n'est donc plus égale à l'amplitude de diffusion d'une bulle seule. Il faut faire intervenir une autre amplitude de diffusion, F , définie comme l'amplitude de diffusion d'une bulle couplée à ses voisines : $F p_{inc} = f p_{tot}$ avec p_{tot} le champ total reçu par chacun des diffuseurs. Dans le cas où les diffuseurs sont répartis dans un même plan, chaque diffuseur reçoit le même champ p_{tot} . On peut donc calculer p_{tot} en calculant le champ total reçu par la bulle située à l'origine du système de coordonnées. Le champ total reçu est alors donné par l'expression suivante : $p_{tot} = p_{inc} (1 + \tilde{K} F)$ avec $\tilde{K} = \sum_n \frac{1}{r_n} e^{ikr_n}$ où r_n est la distance entre la bulle n et la bulle située à l'origine.

En effectuant l'approximation des milieux continus, on peut approximer \tilde{K} par l'expression suivante : $\tilde{K} = \int_b^\infty 2\pi n e^{ikr} dr = K e^{ikb}$ où b est la distance en dessous de laquelle aucune bulle n'est censée être trouvée. La valeur de b qui convient est la distance qui permet de définir la surface d'une unité de réseau autour de la bulle dont la fraction surfacique est celle du plan $= \frac{a_x}{\sqrt{\pi}}$. L'amplitude de diffusion F s'écrit alors :

$$F = \frac{R_0}{\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - 1 - i\delta - KR_0 e^{ikb}} \quad (3-32)$$

Pour des longueurs d'onde grandes devant la distance entre les bulles ($ka_x \ll 1$), $K e^{ikb} R_0 \approx -\frac{2\sqrt{\pi}R_0}{a_x} + i\frac{2\pi R_0 c}{a_x^2 \omega}$ et F peut se mettre sous la forme :

$$F = \frac{R_n}{\left(\frac{\omega_{res}}{\omega}\right)^2 - 1 - i\delta_n} \quad (3-33)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \omega_{res} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{2\sqrt{\pi}R_0}{a_x}}} \\ \delta_n = \frac{\delta + \frac{2\pi R_0 c}{a_x^2 \omega}}{1 - \frac{2\sqrt{\pi}R_0}{a_x}} \end{cases}$$

Le coefficient de transmission à travers un plan de bulles s'écrit $T = 1 + KF$, ce qui

$$\text{donne } T = \frac{\frac{\omega_{res}^2}{\omega} - \omega - \frac{i\omega\delta}{1 - 2\sqrt{\pi}R_0/a_x}}{\omega_{res}^2 - \omega - i\omega\delta_n}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} |T| = \frac{\sqrt{\left(\frac{\omega_{res}^2}{\omega} - \omega\right)^2 + \left(\frac{\omega\delta}{1 - 2\sqrt{\pi}R_0/a_x}\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{\omega_{res}^2}{\omega} - \omega\right)^2 + (\omega\delta_n)^2}} \\ \tan \varphi = \frac{\left(\frac{\omega_{res}^2}{\omega} - \omega\right)\left(\omega\delta_n - \frac{\omega\delta}{1 - 2\sqrt{\pi}R_0/a_x}\right)}{\left(\frac{\omega_{res}^2}{\omega} - \omega\right)^2 + \frac{\omega^2\delta_n\delta}{1 - 2\sqrt{\pi}R_0/a_x}} \end{cases}$$

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

Reprenons l'analogie avec un système masse/ressort soumis à une force de frottement visqueux de type $\vec{f} = -h\vec{v}$. Dans ce cas, le terme d'amortissement δ s'écrit $\delta = \delta_{vis} = \frac{4\eta}{\rho R_0^2 \omega}$.

Ainsi $\omega\delta = \frac{4\eta}{\rho R_0^2}$ et $\omega\delta_n = \frac{\frac{4\eta}{\rho R_0^2} + \frac{2\pi R_0 c}{a_x^2}}{1 - 2\sqrt{\pi} \frac{R_0}{a_x}}$ sont des fonctions indépendantes de ω , ce qui

implique que le minimum d'amplitude de transmission est alors obtenu pour $\omega = \omega_{res}$ avec $\tan \varphi = 0$.

Comme la puissance acoustique est proportionnelle au carré de la vitesse de l'onde, le module de transmission peut s'écrire $|T| = \sqrt{\frac{\mathcal{P}_{transmise}}{\mathcal{P}_{incidente}}} = \sqrt{\frac{v_{transmise}^2}{v_{incidente}^2}}$. Ainsi le module de transmission du plan de bulles a la même allure que la vitesse de déplacement du fluide. Il est donc logique de retrouver un minimum de transmission à la « résonance de vitesse ».

Dans le cas général $\frac{d(\omega\delta)}{d\omega} \neq 0$, le minimum de transmission n'est alors pas obtenu pour $\omega = \omega_{res}$ mais pour une valeur ω qui dépend du facteur d'amortissement $\delta(\omega)$. Quelle que soit la dépendance de δ en ω $\tan \varphi = 0$ pour $\omega = \omega_{res}$.

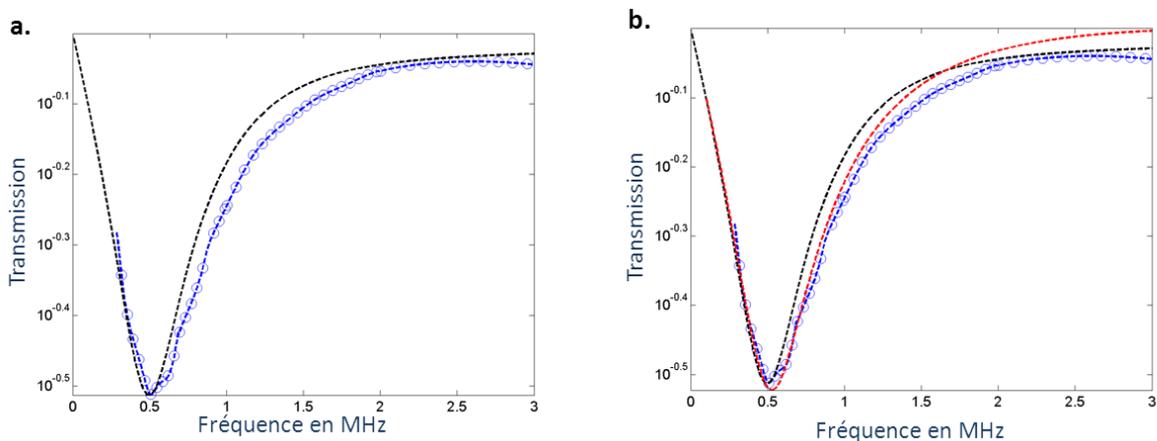


Figure 3-18 : **a.** En bleu (o) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie2_1 en fonction de la fréquence. En noir (courbe en pointillés) : Module de transmission calculé analytiquement d'après l'équation 3-34. **b.** Les courbes représentées sont les mêmes que sur la figure a., la courbe en pointillés (rouge) supplémentaire représente le module de transmission déterminé à l'aide de la simulation Multel.

En prenant $\omega_0 = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{3\kappa P_0 + 4G'}{\rho}}$ et $\delta = \frac{R_0 \omega}{c} + \frac{4G''}{\rho R_0^2 \omega^2} + \frac{P_{bulle}}{\rho R_0^2 \omega^2} \text{Im}\phi$ avec $G' = G'' = 1.6 \text{ MPa}$, on implémente le modèle analytique explicité précédemment (Figure 3-18a.).

Parallèlement, on simule l'expérience à l'aide du programme Multel en introduisant les différents paramètres de la manière expliquée au paragraphe 3.2.2.2. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 3-18. On obtient un excellent accord entre les résultats analytiques, numériques et expérimentaux. On obtient un minimum de transmission pour $f = 530 \text{ kHz}$, soit une valeur supérieure à la fréquence de résonance du plan de bulles ($f_{res} = 450 \text{ kHz}$). En effet, $\omega\delta$ n'est pas indépendant de ω (paragraphe 3.1.2.3).

3.3.2.4 Etude de l'amplitude transmise

Effet du pas du réseau

Les courbes présentées sur la Figure 3-19 comparent, pour une même taille de bulles, le module de transmission mesuré expérimentalement à travers différents réseaux périodiques dont le pas varie. Ces courbes montrent que, pour une même taille de bulles, le minimum de transmission se déplace vers les hautes fréquences et est plus profond lorsque le pas du réseau diminue.

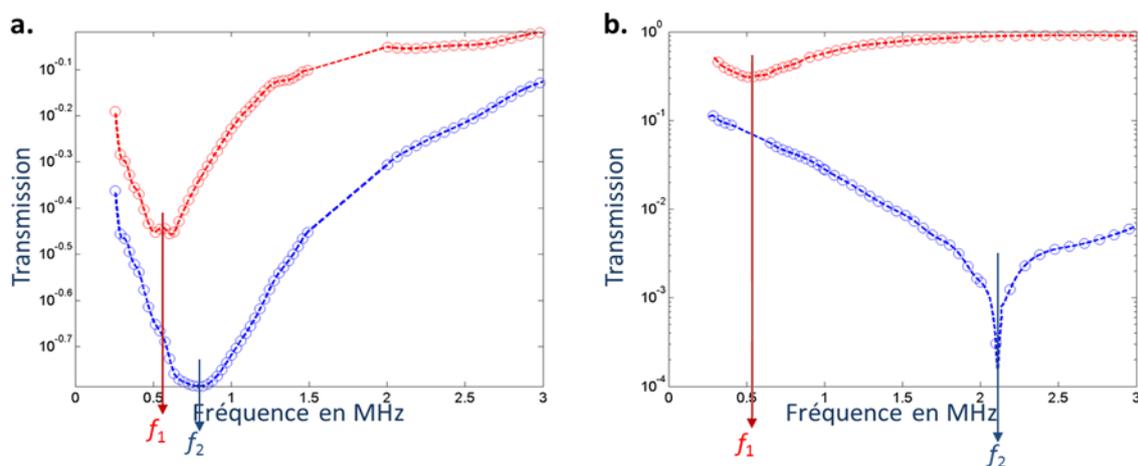


Figure 3-19 : **a.** Courbe 1 (*cercles rouges*) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie1_1 en fonction de la fréquence. Un minimum est observé pour $f_1 = 590 \text{ kHz}$. Courbe 2 (*cercles bleus*) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie1_2 en fonction de la fréquence. Un minimum est observé pour $f_2 = 800 \text{ kHz}$. **b.** Courbe 1 (*cercles rouges*) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie2_1 en fonction de la fréquence. Un minimum est observé pour $f_1 = 530 \text{ kHz}$. Courbe 2 (*cercles bleus*) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie2_2 en fonction de la fréquence. Un minimum est observé pour $f_2 = 2.1 \text{ MHz}$.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

En comparant la position des minima de transmission des échantillons des séries 1 et 2 pour lesquelles le rayon des bulles est respectivement de 38 μm et 40 μm (Figure 3-19), on vérifie aussi que la fréquence de résonance diminue lorsque le rayon des bulles augmente.

Effet de l'ordre

Si l'on compare la transmission obtenue à travers un échantillon ordonné et un échantillon désordonné de même concentration (Figure 3-20), on met en évidence le fait que l'existence du minimum de transmission n'est pas due à l'arrangement périodique mais bien au caractère résonant des bulles. Pour les deux couples d'échantillons considérés, le minimum de transmission à travers l'échantillon désordonné est obtenu pour une fréquence légèrement inférieure à la position du minimum de transmission obtenu à travers l'échantillon ordonné. La largeur du gap est plus faible dans le cas désordonné que dans le cas ordonné. On en conclut que le caractère désordonné a pour effet de déplacer la position du gap vers les basses fréquences et de diminuer sa largeur. Il est cohérent que le comportement des échantillons ordonnés et désordonnés diffère puisque le comportement oscillant d'une bulle est fortement dépendant de son environnement.

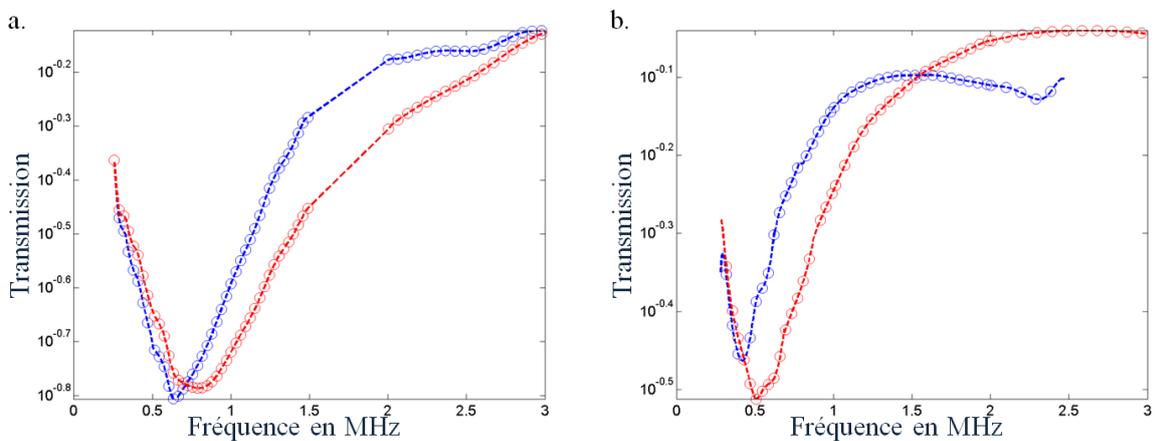


Figure 3-20 : **a.** Courbe 1 (*cercles rouges*) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie1_2 en fonction de la fréquence. Courbe 2 (*cercles bleus*) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie1_3 en fonction de la fréquence. **b.** Courbe 1 (*cercles rouges*) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie2_1 en fonction de la fréquence. Courbe 2 (*cercles bleus*) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 1L_serie2_3 en fonction de la fréquence.

3.3.2.5 Etude de la phase

Nous présentons sur la Figure 3-21 les résultats obtenus pour l'échantillon 1L_série2_1 pour lequel les données sont les moins bruitées. La différence de phase entre l'onde transmise à travers le cristal et l'onde transmise à travers la matrice homogène de référence, soit $\Delta\varphi = k_{ech}e - \frac{\omega e}{c}$ où e est l'épaisseur de l'échantillon et c la célérité de l'onde dans la matrice homogène.

On vérifie que $\Delta\varphi$ change de signe à la fréquence de résonance (450kHz) inférieure à la fréquence correspondant au minimum de transmission (530 kHz). Ce qui est cohérent avec ce que nous avons mentionné au paragraphe 3.1.2.3. et vérifié au paragraphe 3.3.2.3.

On obtient un très bon accord entre le modèle analytique et les données expérimentales autour de la fréquence de résonance (Figure 3-21). L'accord est moins bon pour les hautes fréquences. Cette déviation peut venir du fait que nous considérons dans notre modèle que G' et G'' sont des constantes alors qu'en réalité ces grandeurs ont une dépendance en ω .

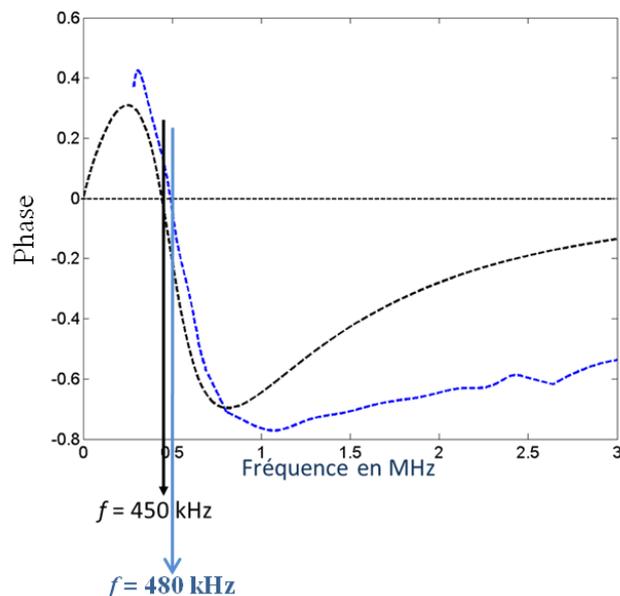


Figure 3-21 : En pointillés bleus : Phase mesurée expérimentalement à travers l'échantillon 1L_série2_1. En pointillés noirs : Phase calculée analytiquement.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

La mesure de la phase est en accord avec le modèle analytique et confirme que le minimum de transmission observé est dû au caractère résonant des bulles. On retrouve là un résultat classique : un système d'oscillateurs couplés réagit en opposition de phase par rapport à l'excitation au dessus de sa fréquence de résonance.

3.3.2.6 Vitesse de phase et vitesse de groupe

La vitesse de phase est donnée par $v_\varphi = \frac{\omega}{k_{ech}}$ avec $k_{ech} = \frac{\Delta\varphi_{mes}}{e} + \frac{\omega}{c}$. Autour de la position du minimum d'amplitude, la pente de la vitesse de phase en fonction de la fréquence est positive. On parle alors de régime de dispersion anormal. La zone de dispersion anormale permet ici (Figure 3-22a.) de déterminer la frontière haute de la bande interdite soit 700 kHz. A hautes fréquences, le milieu n'est plus dispersif et la vitesse de phase tend vers la célérité des ondes longitudinales dans la matrice.

La vitesse de groupe est déduite de la relation $v_g = \frac{d\omega}{dk}$, elle est représentée sur la Figure 3-22b. Elle est négative autour de la position du minimum de transmission et positive partout ailleurs. A hautes fréquences, elle tend vers la célérité des ondes longitudinales dans la matrice.

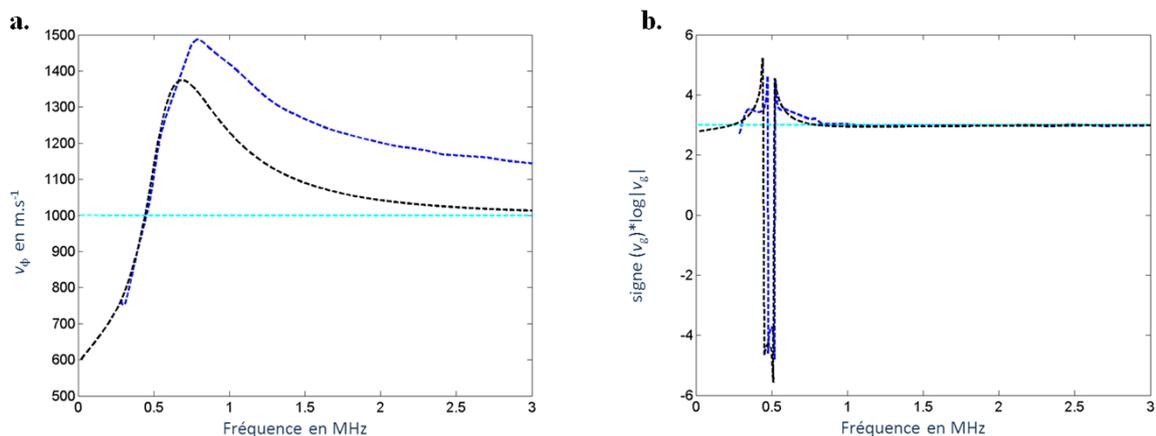


Figure 3-22 : a. En pointillés bleus : Vitesse de phase (déduite des mesures expérimentales) dans l'échantillon 1L_serie2_1. En pointillés noirs : Vitesse de phase calculée analytiquement. La droite horizontale représente la valeur de la célérité des ondes longitudinales dans le PDMS b. En pointillés bleus : Vitesse de groupe (déduite des mesures expérimentales) dans l'échantillon 4L_serie2_2. En pointillés noirs : Vitesse de groupe calculée analytiquement. La droite horizontale représente la valeur de la célérité des ondes longitudinales dans le PDMS.

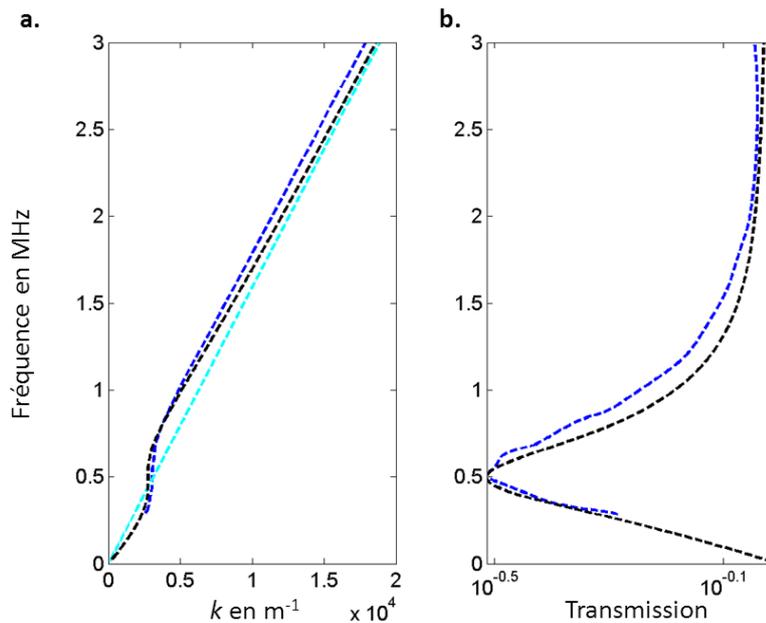


Figure 3-23 : **a.** Courbes de dispersion : en bleu est représentée la courbe de dispersion de l'échantillon 1L_serie2_1 obtenue expérimentalement. En noir est représentée la courbe de dispersion obtenue analytiquement. En ciel est représentée la courbe de dispersion de la matrice. **b.** Représentation des modules de transmission, en noir la courbe expérimentale de l'échantillon 1L_serie2_1, en noir la courbe analytique.

La Figure 3-23 récapitule les résultats observés lorsque l'on s'intéresse à la transmission à travers un plan de bulles d'air dans une matrice de PDMS. On rappelle que l'on observe un gap en transmission quelle que soit l'organisation des bulles dans le plan et que pour les fréquences du gap la dispersion est anormale et les vitesses de phase et de groupe sont de sens opposés. Le module élastique effectif est négatif pour cette gamme de fréquences. A l'aide du modèle analytique, nous avons montré que la position et la profondeur du gap sont bien expliquées par le caractère résonant de la bulle et le couplage entre bulles voisines. On en déduit que le gap observé résiste au désordre et résulte d'un couplage entre l'onde propagative incidente et les modes résonants du plan de bulles. On observe ce que l'on appelle un gap d'hybridation [76].

Nous réfléchissons à présent à transposer ce type de matériau au domaine de l'audible afin de répondre à la demande de matériaux fins et légers permettant de filtrer efficacement les basses fréquences responsables du problème actuel de « pollution sonore ».

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

3.3.3 Cristaux tridimensionnels : conjugaison des effets résonants et des effets de réseaux

3.3.3.1 Objectif

Nous avons montré qu'un plan de bulles atténue fortement les ultrasons et que cette atténuation est la conséquence de l'hybridation des résonances des bulles. On cherche à présent à construire un cristal phononique tridimensionnel. En outre, on cherche à faire coïncider le gap d'hybridation avec un gap lié à la périodicité du cristal. Pour cela, on construit un échantillon constitué de plusieurs plans de bulles séparés d'une distance d telle que le premier gap, conséquence des réflexions de Bragg entre les différents plans de l'échantillon, coïncide avec le gap d'hybridation, conséquence du caractère résonant des bulles. Pour déterminer la distance d qui convient, calculons la différence de phase $\Delta\phi$ entre deux rayons transmis par un échantillon constitué de deux plans de bulles séparés d'une distance d (Figure 3-24):

$$\Delta\phi = 2kd + 2\phi_R = 2kd + 2\pi \quad (3-34)$$

où ϕ_R est le déphasage induit par la réflexion sur un plan de bulles.

Un gap est obtenu si les interférences sont destructives en transmission, soit :

$$\Delta\phi = \pi[2\pi] \Leftrightarrow 2kd = \pi[2\pi] \Leftrightarrow d = \frac{\lambda}{4} \quad (3-35)$$

En prenant $f_{gap} = 530 \text{ kHz}$ la distance d qui convient est $d = 470 \mu\text{m}$.

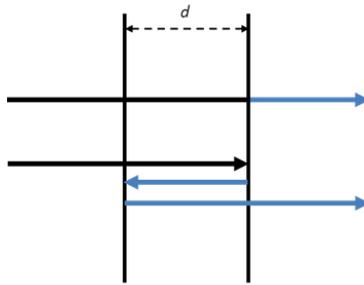


Figure 3-24 : Représentation de deux rayons transmis en incidence normale par un échantillon constitué de deux plans de bulles séparés par une distance d . Un rayon est transmis sans réflexion, l'autre est réfléchi une fois par chacun des plans de bulles.

3.3.3.2 Etude de l'amplitude transmise

L'échantillon 1L_serie2_1 constitué d'un plan de bulles de rayons $40\ \mu\text{m}$, réparties suivant un réseau carré de pas $300\ \mu\text{m}$, présente un gap d'hybridation de fréquence centrale $530\ \text{kHz}$. La distance d permettant de faire coïncider ce gap d'hybridation avec un gap de réseau est de $470\ \mu\text{m}$. Nous avons réussi à construire un échantillon 4L_serie2_1 constitué de quatre plans de bulles identiques à l'échantillon 1L_serie2_1 séparés d'une distance $d = 475\ \mu\text{m}$.

La Figure 3-25 compare le module du coefficient de transmission à travers l'échantillon 1L_serie2_1 et le module de transmission à travers l'échantillon 4L_serie2_1. Le module de transmission à travers l'échantillon constitué de quatre plans présente un gap très profond à la fréquence centrale du gap d'hybridation de l'échantillon 1L_serie2_1 ($f_1 = 530\ \text{kHz}$) ainsi qu'un second gap à la fréquence $f_2 = 1.4\ \text{MHz}$. Les deux autres échantillons, 4L_serie1_1 et 4L_serie1_2, construits eux aussi de manière à faire coïncider le gap d'hybridation avec un gap de réseau ont une courbe de transmission de même allure comme on peut le constater sur la Figure 3-26.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

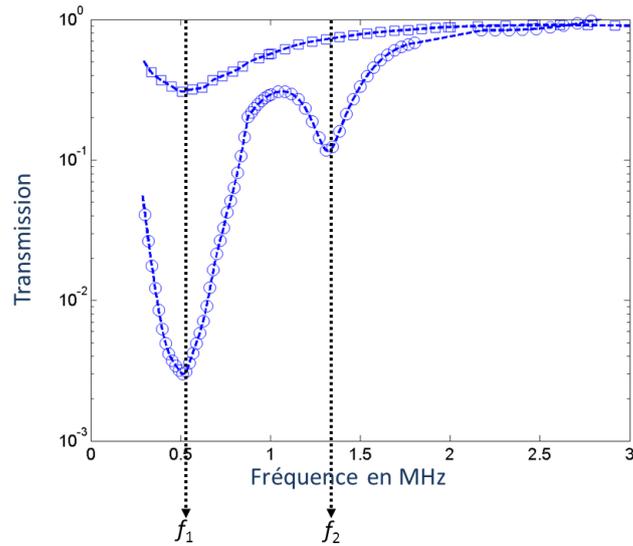


Figure 3-25 : En □ : Module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 1L_serie2_1. En o : Module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 4L_serie2_1. Les deux courbes présentent un minimum local autour de la fréquence $f_1 = 530$ kHz. Le module de transmission de l'échantillon constitué de 4 couches présente un second minimum local à la fréquence $f_2 = 1.4$ MHz

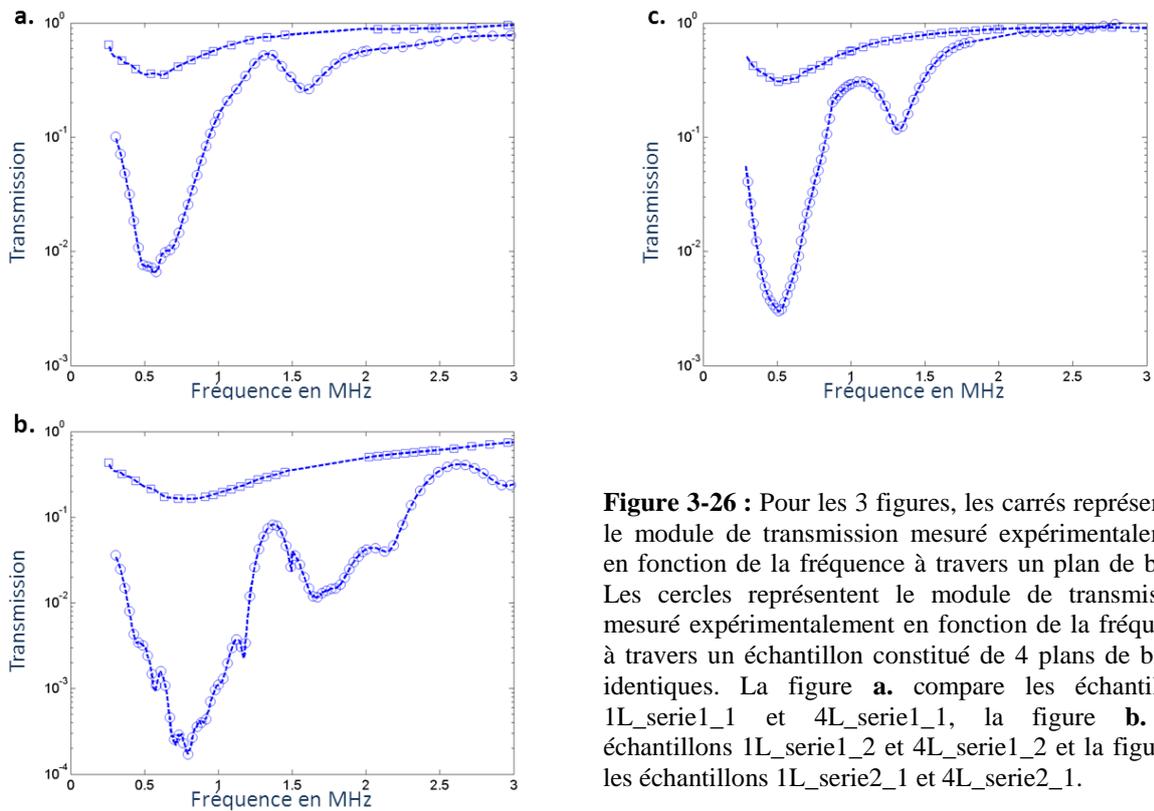


Figure 3-26 : Pour les 3 figures, les carrés représentent le module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers un plan de bulle. Les cercles représentent le module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers un échantillon constitué de 4 plans de bulles identiques. La figure **a.** compare les échantillons 1L_serie1_1 et 4L_serie1_1, la figure **b.** les échantillons 1L_serie1_2 et 4L_serie1_2 et la figure **c.** les échantillons 1L_serie2_1 et 4L_serie2_1.

Si les effets de réseau étaient négligeables, l'échantillon 4L_serie2_1 serait considéré comme un échantillon équivalent à l'échantillon 1L_serie2_1 d'épaisseur quatre fois plus importante. Le module de transmission à travers l'échantillon 4L_serie2_1 serait alors égal au module de transmission à travers l'échantillon 1L_serie2_1 élevé à la puissance 4. Or si on compare les courbes obtenues (Figure 3-27), on montre qu'il est nécessaire de prendre en compte les effets de réseau pour expliquer l'allure des courbes obtenues. En effet, si on ne tient pas compte des réflexions de Bragg entre les plans de bulles, on ne peut expliquer ni la profondeur du premier gap ni l'existence d'un second gap. Le premier gap est donc une conséquence à la fois de l'hybridation entre l'onde propagative et le mode résonant des bulles dans le plan et des réflexions de Bragg entre les plans successifs. La Figure 3-27 met aussi en évidence un effet de sur-transmission autour de 1 MHz.

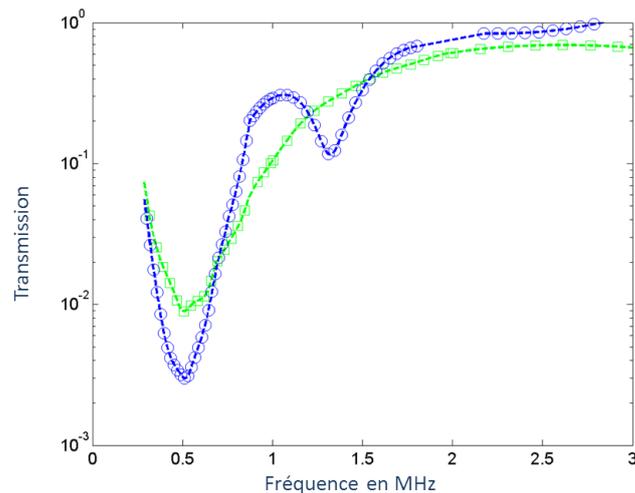


Figure 3-27 : En bleu (o) : Module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 4L_serie2_1. En vert (□) : Module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 1L_serie2_1 élevé à la puissance 4.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

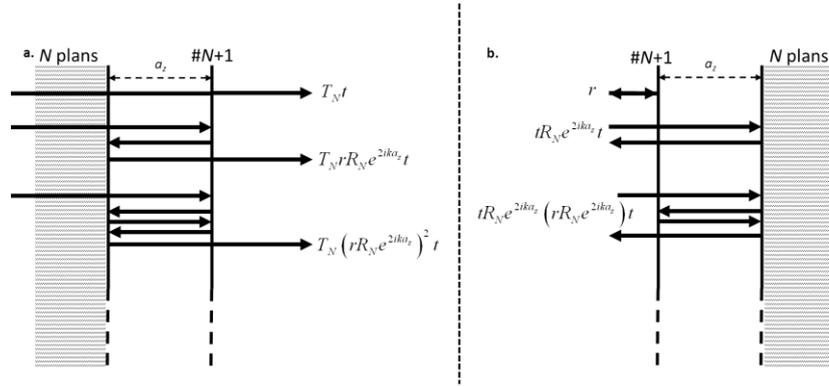


Figure 3-28 : a. Représentation schématique du modèle par récurrence pour calculer la transmission à travers $N+1$ plans de bulles. b. Représentation schématique du modèle par récurrence pour calculer la réflexion à travers $N+1$ plans de bulles.

Afin d'expliquer l'allure de la variation du module de transmission avec la fréquence des échantillons constitués de quatre plans de bulles, on reprend le modèle analytique développé pour un plan de bulles au paragraphe 3.3.2.3 et on détermine par récurrence la transmission à travers N plans de bulles en considérant une infinité de réflexions entre chaque plan de bulles (Figure 3-28).

On obtient alors $\forall N \in \mathbb{N}^*$:

$$T_{N+1} = \frac{t T_N}{1 - R_N r e^{2ikaz}} \quad \text{avec } T_1 = t \quad (3-36)$$

$$R_{N+1} = r + R_N \frac{t^2 e^{2ikaz}}{1 - R_N r e^{2ikaz}} \quad \text{avec } R_1 = r \quad (3-37)$$

En prenant $\omega_0 = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{3\kappa P_0 + 4G'}{\rho}}$ et $\delta = \frac{R_0 \omega}{c} + \frac{4G''}{\rho R_0^2 \omega^2} + \frac{P_{bulle}}{\rho R_0^2 \omega^2} \text{Im}\phi$ avec $G' = G'' =$

1.6 MPa, on implémente le modèle analytique explicité précédemment. On simule également l'expérience à l'aide du programme Multel en introduisant les différents paramètres de la manière expliquée au paragraphe. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 3-29. On obtient un excellent accord entre les résultats analytiques, numériques et expérimentaux.

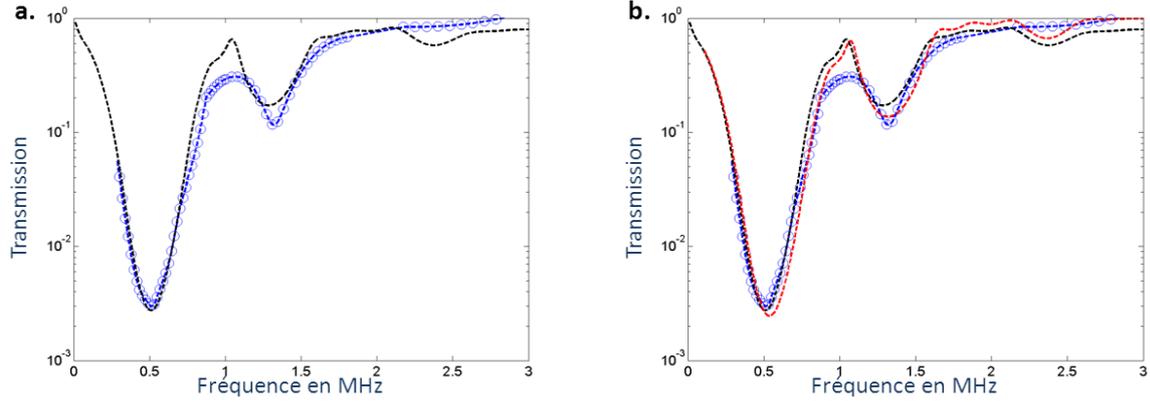


Figure 3-29 : **a.** En bleu (o) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 4L_serie2_1 en fonction de la fréquence. En pointillés (*noire*) : Module de transmission calculé analytiquement d'après l'équation 3-36. **b.** Les courbes représentées sont les mêmes que sur la figure a., la courbe en pointillés (*rouge*) supplémentaire représente le module de transmission déterminé à l'aide de la simulation Multel.

3.3.3.3 Etude de la phase

On mesure $\Delta\varphi$ la différence de phase entre l'onde transmise par l'échantillon cristallin 4L_serie2_1 et l'onde transmise par l'échantillon de référence associé (échantillon homogène de même épaisseur e).

$$\Delta\varphi = k_{cristal}e - \frac{\omega e}{c_{PDMS}} \quad (3-38)$$

On en déduit la courbe de dispersion du cristal $\omega = f(k_{cristal})$ par l'équation :

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \left(k_{cristal}c_{PDMS} - \frac{c_{PDMS}}{e} \Delta\varphi \right) \quad (3-39)$$

On présente la courbe de dispersion obtenue $\omega = f(k)$ sur la Figure 3-30a. La courbe de dispersion présente une allure en forme de « S » autour de la fréquence centrale du premier gap et une rupture de pente avec une pente supérieure à la célérité des ondes longitudinales dans la matrice autour de la fréquence centrale du second gap.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

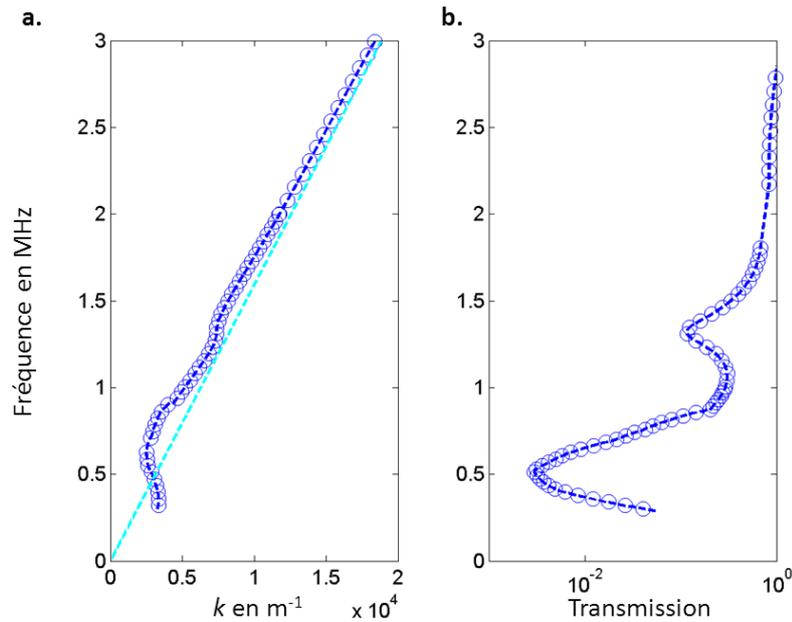


Figure 3-30 : **a.** En bleu (o) : Courbe de dispersion de l'échantillon 4L_serie2_1. En pointillés (ciel) : Courbe de dispersion de l'échantillon homogène de référence. **b.** Fréquence en fonction du module de transmission de l'échantillon 4L_serie2_1.

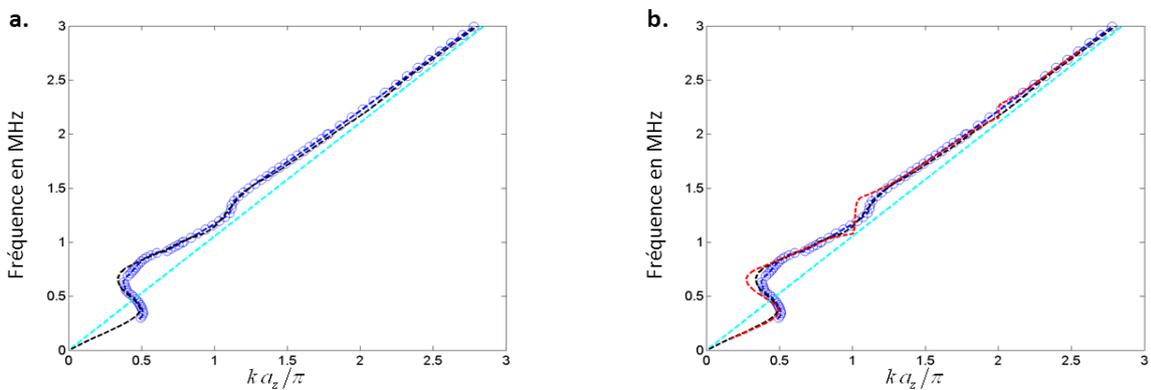


Figure 3-31 : **a.** En bleu (o) : Courbe de dispersion de l'échantillon 4L_serie2_1 en fonction du nombre d'onde réduit. En pointillés (noir) : Courbe de dispersion du même échantillon calculée analytiquement. En pointillés (ciel) : Courbe de dispersion de l'échantillon homogène de référence. **b.** Sont représentées les mêmes courbes que celles de la figure a. auxquelles est ajoutée en rouge la relation de dispersion obtenue avec le programme Multel.

La courbe de dispersion expérimentale est comparée à celle obtenue analytiquement (Figure 3-31a.). Elle est également comparée à la courbe de dispersion du cristal équivalent, infini dans les trois directions de l'espace, obtenue à l'aide du programme Multel (Figure 3-31b.). L'accord entre les mesures expérimentales et la relation de dispersion issue du

modèle analytique est excellent. La courbe de dispersion du cristal infini présente quant à elle une forme en « S » légèrement plus marquée au niveau du premier gap ainsi qu'une rupture de pente infinie au niveau du second gap. Il est cohérent que les effets soient plus marqués dans le cas d'un cristal constitué d'une infinité de plans de bulles. On retrouve la différence de nature du premier gap (produit par hybridation des résonances) et du second (liés aux réflexions de Bragg).

3.3.3.4 Vitesse de phase et vitesse de groupe

L'évolution de la vitesse de phase $v_\varphi = \frac{\omega}{k_{cristal}}$ en fonction de la fréquence de l'onde incidente est présentée sur la Figure 3-32a. A basses fréquences, soit $f < 400 \text{ kHz}$, la vitesse de phase est constante ; le milieu n'est pas dispersif. L'onde incidente « voit » le milieu comme un milieu effectif dans lequel la vitesse du son vaut environ 600 m.s^{-1} . On observe deux zones de dispersion anormale ($\frac{dv_\varphi}{d\omega} > 0$) correspondant à la position des gaps observés en transmission. Loin de la résonance des bulles et hors des gaps de Bragg, la vitesse de phase tend vers la célérité des ondes longitudinales dans la matrice.

L'évolution de la vitesse de groupe en fonction de la fréquence est présentée sur la Figure 3-32b. A basses fréquences ($f < 400 \text{ kHz}$), la vitesse de groupe est constante et égale à la vitesse de phase. Elle est négative dans le premier gap et positive dans les autres. Loin de la résonance des bulles et hors des gaps de Bragg, elle tend, comme la vitesse de phase, vers la célérité des ondes longitudinales dans la matrice.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

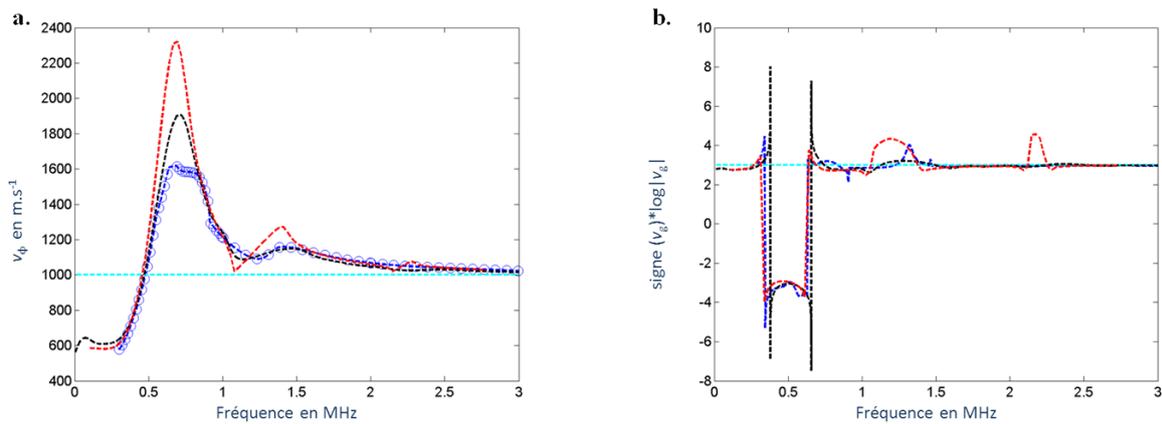


Figure 3-32 : a. En bleu (o) : Vitesse de phase (déduite des mesures expérimentales) dans l'échantillon 4L_serie2_1. En pointillés noirs : Vitesse de phase calculée analytiquement. En pointillés rouges : Vitesse de phase obtenue avec le programme Multel. La droite horizontale représente la valeur de la célérité des ondes longitudinales dans le PDMS b. En bleu (o) : Vitesse de groupe (déduite des mesures expérimentales) dans l'échantillon 4L_serie2_1. En pointillés noirs : Vitesse de groupe calculée analytiquement. En pointillés rouges : Vitesse de groupe obtenue avec le programme Multel. La droite horizontale représente la valeur de la célérité des ondes longitudinales dans le PDMS.

Nous avons mis ainsi en évidence l'existence de deux bandes interdites en transmission en incidence normale. Nous avons construit l'échantillon de manière à ce que le gap d'hybridation et le premier gap de Bragg se recouvrent. Le premier minimum observé est plus profond que si un seul des deux effets était présent, signe que les deux effets s'ajoutent. La vitesse de groupe y est négative, ce qui montre que l'effet prédominant est l'hybridation. Le second minimum correspond au second gap de Bragg ; la dispersion est anormale et la vitesse de groupe est positive.

Afin de comparer ces cristaux de bulles aux cristaux phononiques plus classiques, on réduit la représentation de la relation de dispersion à la partie k positif de la première zone de Brillouin (Figure 3-33a.). Le premier gap ne se situe pas en bordure ou au milieu de la première zone de Brillouin comme généralement dans les cristaux. Ceci s'explique par le fait que le déphasage induit par le plan de bulles en réflexion dépend fortement de la fréquence alors que dans les cristaux « classiques » ce déphasage est nul. Il en résulte alors que la différence de phase entre deux rayons (en incidence normale) transmis par un échantillon constitué de deux plans de bulles séparés d'une distance d (Figure 3-24) dépend elle aussi fortement de la fréquence (Figure 3-33c.). Lorsque cette différence de phase vaut π [2π], les interférences sont destructives en transmission, lorsqu'elle vaut 0, les interférences sont alors constructives, ce qui est cohérent avec la position des gaps (Figure 3-33b.).

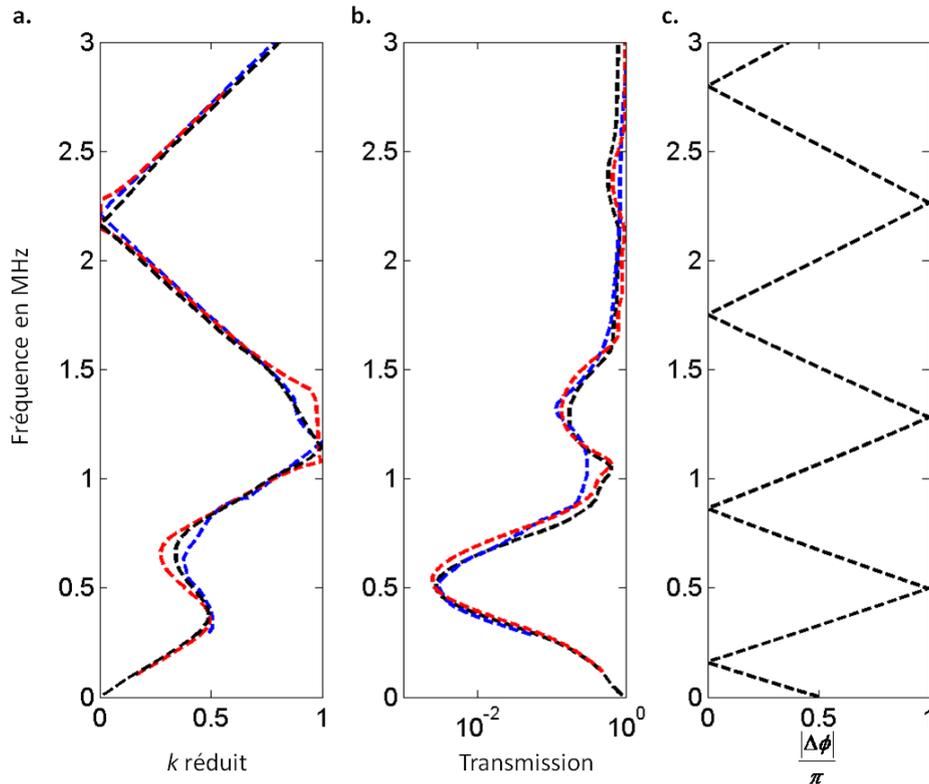


Figure 3-33 : **a.** Relation de dispersion de l'échantillon 4L_serie2_1 réduite à la première zone de Brillouin. En bleu : Courbe expérimentale. En noir : Courbe analytique. En rouge : Courbe obtenue avec le programme Multel. **b.** Module de transmission de l'échantillon 4L_serie2_1. En bleu : Courbe expérimentale. En noir : Courbe analytique. En rouge : Courbe obtenue avec le programme Multel. **c.** Déphasage entre deux rayons (en incidence normale) transmis par un échantillon constitué de deux plans de bulles séparés d'une distance $d = 475 \mu\text{m}$ (fig. 3-24).

Le comportement des cristaux des bulles diffère du comportement des cristaux habituels principalement autour de la résonance des bulles. Loin de la résonance, on retrouve le comportement connu des cristaux phononiques pour lesquels il y a ouverture d'un gap dans les zones de haute symétrie i.e. en bordure et au milieu de la première zone de Brillouin.

Dans cette partie, nous avons montré la faisabilité d'un cristal phononique de bulles tridimensionnel et nous avons mis en évidence que des bandes interdites de nature différente coexistent, qu'il est possible de les faire coïncider et qu'alors leurs effets s'ajoutent. Les cristaux ainsi conçus semblent être de bon candidats pour filtrer drastiquement et sélectivement une onde ultrasonore. Les premiers résultats ont fait l'objet d'une publication dans la revue Applied Physics Letters [42] et ont été salués par la revue Nature [77] notamment dans l'optique de les transposer au domaine de l'audible afin de répondre aux problèmes de pollution sonore.

APPLIED PHYSICS

Bubbly but quiet

Edwin L. Thomas

An array of air bubbles in a rubber-like material can be made to block the transmission of sound. This finding might help in the design of soundproof walls for music rooms and urban apartments.

D'un point de vue plus général, la possibilité de réaliser ces milieux en faisant varier de nombreux paramètres (répartition ordonnée ou désordonnée, taille de diffuseurs, concentration, propriétés élastiques de la matrice) peut ouvrir la voie à une meilleure compréhension de la nature des bandes interdites dans des milieux contenant des diffuseurs résonants, en acoustique mais aussi pour les autres ondes classiques et en physique atomique.

3.3.4 Cristaux tridimensionnels : sur-transmission au cœur du « gap d'hybridation »

3.3.4.1 Objectif

On cherche à présent à construire un cristal phononique de bulles pour lequel on aurait une sur-transmission dans le gap d'hybridation. Pour cela, on construit un échantillon constitué de plusieurs plans de bulles séparés d'une distance d telle que deux plans de bulles successifs forment une cavité Fabry-Pérot à la fréquence de la position du gap d'hybridation.

Pour déterminer la distance d qui convient, calculons la différence de phase entre deux rayons transmis par un échantillon constitué de deux plans de bulles séparés d'une distance d (Figure 3-34).

$$\Delta\phi = 2kd + 2\phi_R = 2kd + 2\pi \quad (3-40)$$

où ϕ_R est le déphasage induit par la réflexion sur un plan de bulles.

Une sur-transmission est obtenue si les interférences sont constructives en transmission, soit :

$$\Delta\phi = 0[2\pi] \Leftrightarrow 2kd = 0[2\pi] \Leftrightarrow d = \frac{\lambda}{2} \quad (3-41)$$

En prenant $f_{gap} = 530 \text{ kHz}$ la distance d qui convient est $d = 940 \mu\text{m}$.

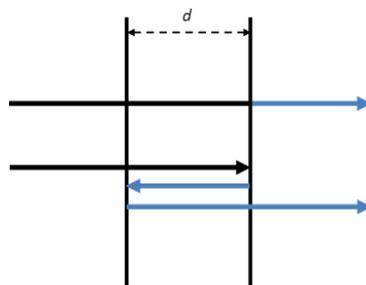


Figure 3-34 : Représentation de deux rayons transmis en incidence normale par un échantillon constitué de deux plans de bulles séparés par une distance d . Un rayon est transmis sans réflexion, l'autre est réfléchi une fois par chacun des plans de bulles.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

3.3.4.2 Etude le l'amplitude transmise

L'échantillon 1L_serie2_1 constitué d'un plan de bulles de rayons 40 μm , réparties suivant un réseau carré de pas 300 μm , présente un gap d'hybridation de fréquence centrale 530 kHz. La distance d permettant de créer une sur-transmission dans le gap d'hybridation obtenu est d'environ 1000 μm . Nous avons réussi à construire un échantillon 4L_serie_2_2 constitué de quatre plans de bulles identiques à l'échantillon 1L_serie2_1 séparés d'une distance $d = 1150 \mu\text{m}$. L'épaisseur des couches de PDMS dépend à la fois de la vitesse de rotation du spin coater et de la viscosité du PDMS (elle-même fonction de la température). Il en résulte qu'il est délicat de déterminer la vitesse de rotation permettant d'obtenir l'épaisseur voulue. C'est pourquoi nous avons pris la précaution de placer le PDMS liquide pendant une demi-heure à 6°C avant l'étape d'étalement de manière à ce que pour toutes les couches effectuées le liquide ait la même viscosité.

La Figure 3-35 compare la transmission à travers l'échantillon 1L_serie2_1 et celle à travers l'échantillon 4L_serie2_2. Le module de transmission à travers l'échantillon constitué de quatre plans présente cinq gaps ainsi qu'une sur-transmission autour de la fréquence centrale (f_1) du gap d'hybridation obtenu pour un plan de bulles. En effectuant le même raisonnement qu'au paragraphe 3.3.2.4, on montre que si on ne prend pas en compte les effets de réseau, on ne peut pas expliquer la courbe de transmission obtenue (Figure 3-36).

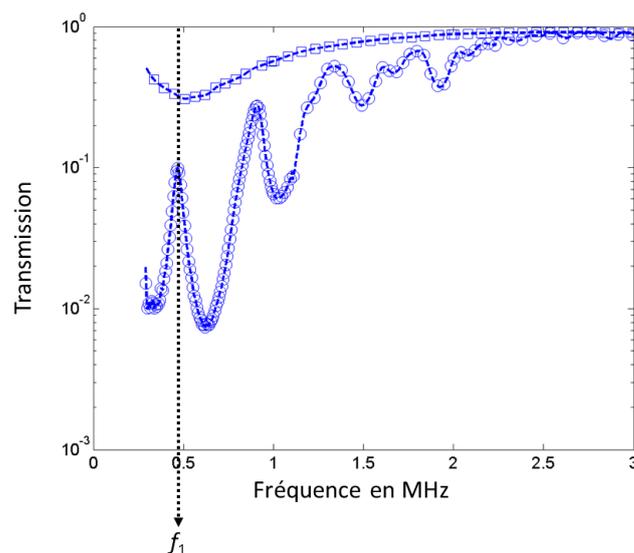


Figure 3-35 : En □ : Module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 1L_serie2_1. En o : Module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 4L_serie2_2.

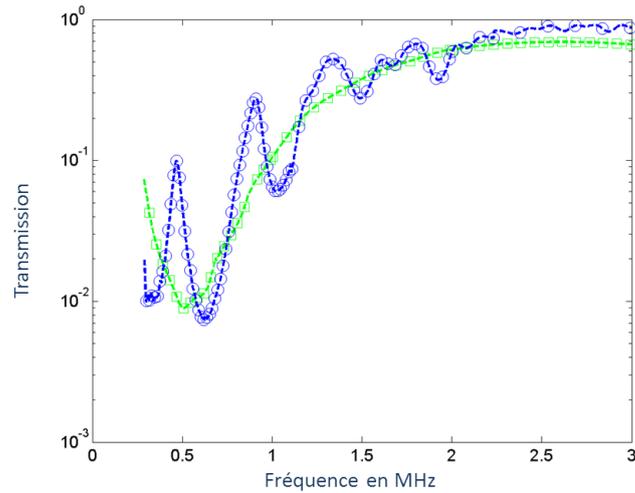


Figure 3-36 : En bleu (o) : Module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 4L_serie2_2. En vert (□) : Module de transmission mesuré expérimentalement en fonction de la fréquence à travers l'échantillon 1L_serie2_1 élevé à la puissance 4.

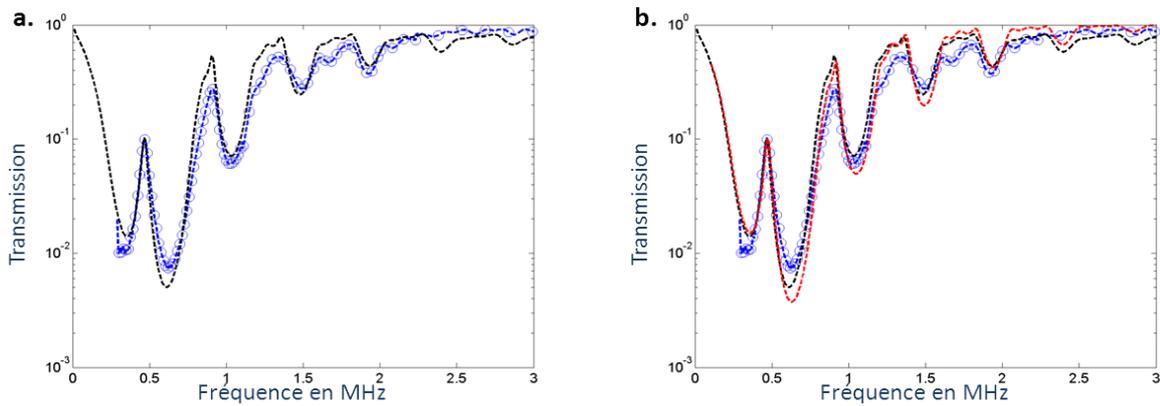


Figure 3-37 : **a.** En bleu (o) : Module de transmission mesuré expérimentalement à travers l'échantillon 4L_serie2_2 en fonction de la fréquence. En pointillés (noir) : Module de transmission calculé analytiquement d'après l'équation 3-36. **b.** Les courbes représentées sont les mêmes que sur la figure a., la courbe en pointillés (rouge) supplémentaire représente le module de transmission déterminé à l'aide de la simulation Multel.

Comme précédemment, on confronte nos résultats expérimentaux au modèle analytique et aux simulations (Figure 3-37). On obtient un excellent accord entre les résultats analytiques, numériques et expérimentaux.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

3.3.4.3 Etude de la phase

On présente la courbe de dispersion obtenue $\omega = f(k)$ sur la Figure 3-38. Contrairement à la courbe de dispersion d'un plan de bulle ou à la courbe de dispersion de l'échantillon précédent, celle-ci ne présente plus de forme de « S » autour de la fréquence centrale du gap d'hybridation du plan de bulles. Elle présente une rupture de pente avec une pente supérieure à la célérité des ondes longitudinales dans la matrice autour de la fréquence centrale des cinq gaps observés en transmission.

La Figure 3-39a. présente la courbe de dispersion expérimentale et la courbe de dispersion donnée par notre modèle analytique. On obtient un excellent accord entre les deux courbes. De la même manière qu'au paragraphe 3.3.3.3, on utilise le programme Multel et on obtient la courbe de dispersion du cristal infini sur la Figure 3-39b. Elle présente une légère forme en « S » au niveau du second gap ainsi qu'une pente infinie dans les autres gaps.

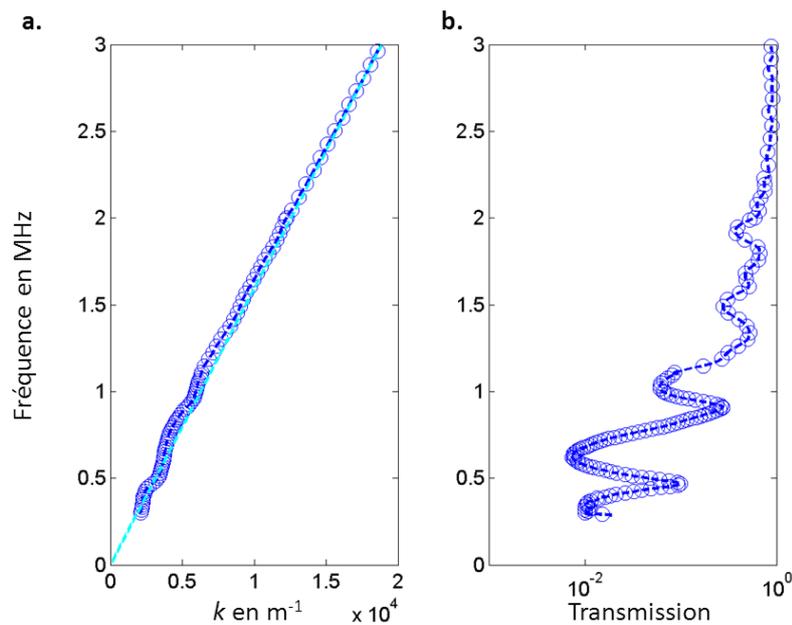


Figure 3-38 : **a.** En bleu (o) : Courbe de dispersion de l'échantillon 4L_serie2_2. En pointillés (ciel) : Courbe de dispersion de l'échantillon homogène de référence. **b.** Fréquence en fonction du module de transmission de l'échantillon 4L_serie2_2.

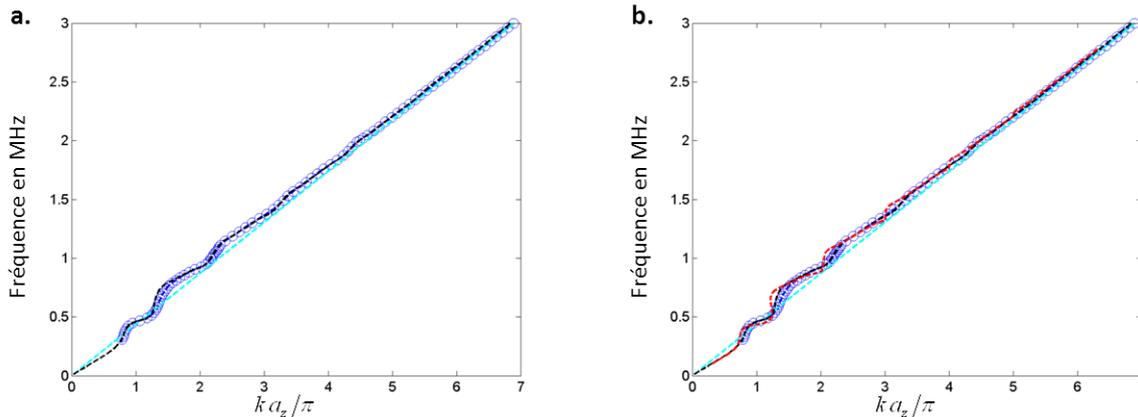


Figure 3-39 : **a.** En bleu (o) : Courbe de dispersion de l'échantillon 4L_serie2_2 en fonction du nombre d'onde réduit. En pointillés noirs : Courbe de dispersion du même échantillon calculée analytiquement. En pointillés ciel : Courbe de dispersion de l'échantillon homogène de référence. **b.** Sont représentées les mêmes courbes que celles de la figure a. auxquelles est ajoutée la relation de dispersion obtenue avec le programme Multel.

3.3.4.4 Vitesse de phase et vitesse de groupe

L'évolution de la vitesse de phase en fonction de la fréquence de l'onde incidente est présentée sur la Figure 3-40a. A basses fréquences, soit $f < 100 \text{ kHz}$ la vitesse de phase est constante ; le milieu n'est pas dispersif. L'onde incidente « voit » le milieu comme un milieu effectif dans lequel la vitesse du son vaut environ 750 m.s^{-1} . On observe cinq zones de dispersion anormale correspondant à la position des gaps observés en transmission. Loin de la résonance des bulles et hors des gaps de Bragg, la vitesse de phase tend vers la célérité des ondes longitudinales dans la matrice. Pour la fréquence correspondant à la sur-transmission, la vitesse de phase décroît jusqu'à une valeur inférieure à la célérité des ondes longitudinales dans la matrice.

La Figure 3-40b. présente l'évolution de la vitesse de groupe dans l'échantillon 4L_serie2_2 en fonction de la fréquence de l'onde incidente. A basses fréquences, soit $f < 100 \text{ kHz}$, la vitesse de groupe est constante et égale à la vitesse de phase. Elle est positive et supérieure à la célérité des ondes longitudinales dans la matrice dans les cinq gaps. Loin de la résonance des bulles et hors des gaps de Bragg, elle tend, comme la vitesse de phase, vers la célérité des ondes longitudinales dans la matrice. Si on s'intéresse à la vitesse de groupe du cristal infini, on note qu'elle est négative dans le second gap. Ainsi, on montre que si on augmente le nombre de plans, la nature du second gap observé semble modifiée.

3.3 Le premier cristal phononique de bulles

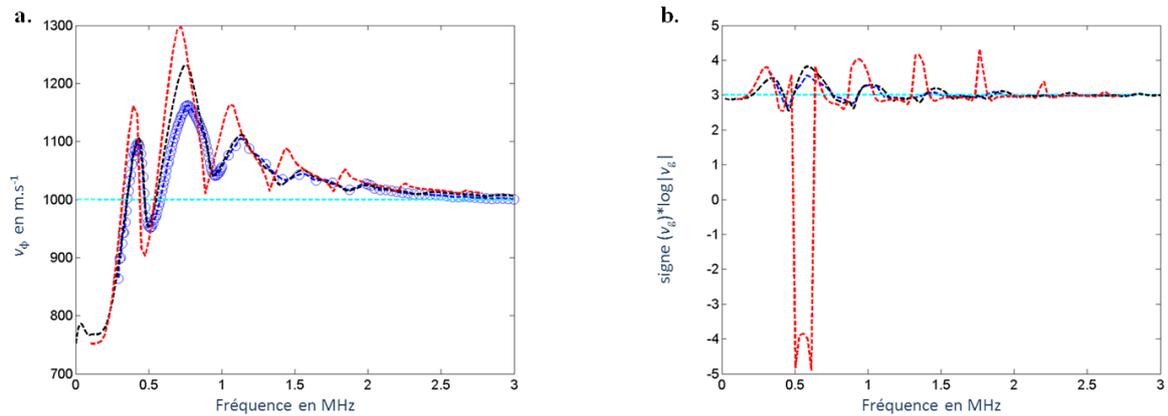


Figure 3-40 : **a.** En bleu (o) : Vitesse de phase (déduite des mesures expérimentales) dans l'échantillon 4L_serie2_2. En pointillés noirs : Vitesse de phase calculée analytiquement. En pointillés rouges : Vitesse de phase obtenue avec le programme Multel. La droite horizontale représente la valeur de la célérité des ondes longitudinales dans le PDMS **b.** En bleu (o) : Vitesse de groupe (déduite des mesures expérimentales) dans l'échantillon 4L_serie2_2. En pointillés noirs : Vitesse de groupe calculée analytiquement. En pointillés rouges : Vitesse de groupe obtenue avec le programme Multel. La droite horizontale représente la valeur de la célérité des ondes longitudinales dans le PDMS.

Nous avons construit l'échantillon de manière à faire coïncider une résonance Fabry-Pérot avec le gap d'hybridation du plan de bulles. Nous avons mis en évidence une sur-transmission à la fréquence centrale du gap. Comme le gap d'hybridation du plan de bulles est assez large compte tenu des pertes à la résonance, les deux gaps de Bragg situés de part et d'autre de la résonance Fabry-Pérot coïncident eux aussi avec les bords du gap d'hybridation. A ces fréquences, l'hybridation est moins importante et le caractère « gap de Bragg » domine.

Comme pour l'échantillon précédent, en réduisant la représentation de la relation de dispersion à la partie k positif de la première zone de Brillouin (Figure 3-41a.), on met en évidence le fait que le comportement du cristal de bulles diffère du comportement des cristaux habituels principalement autour de la résonance des bulles. Loin de la résonance, on retrouve le comportement connus des cristaux phononiques pour lesquels il y a ouverture d'une bande interdite dans les zones de haute symétrie. Au niveau de la fréquence de résonance du plan de bulles, la forme en « S » de la courbe de dispersion disparaît.

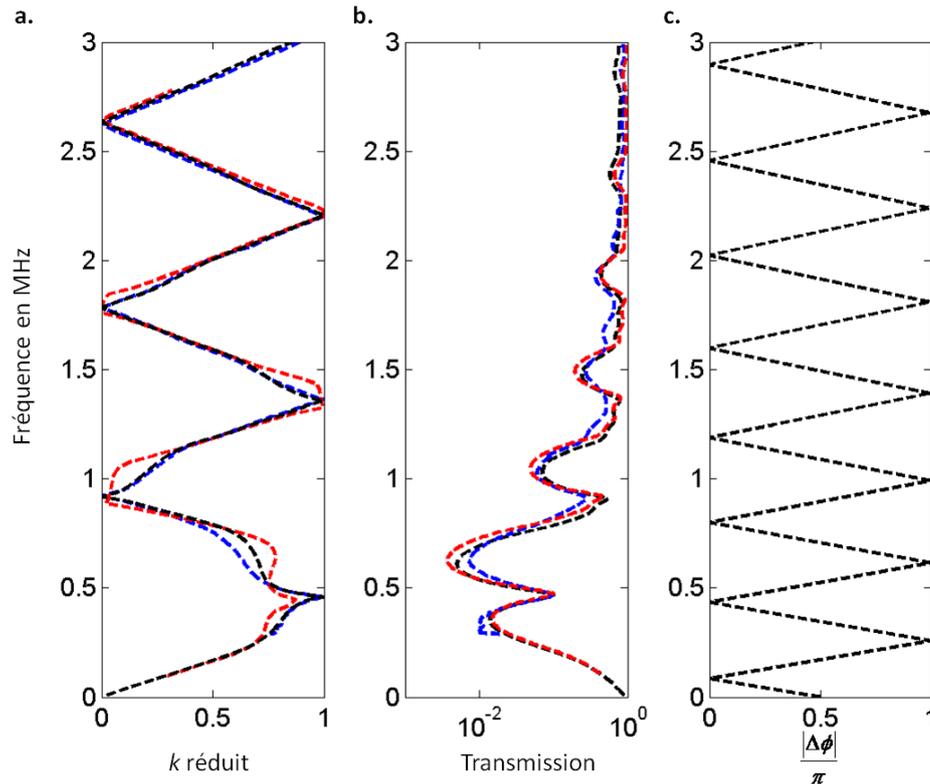


Figure 3-41 : **a.** Relation de dispersion de l'échantillon 4L_serie2_2 réduite à la première zone de Brillouin. En bleu : Courbe expérimentale. En noire : Courbe analytique. En rouge : courbe obtenue avec le programme Multel. **b.** Module de transmission de l'échantillon 4L_serie2_2. En bleu : Courbe expérimentale. En noir : Courbe analytique. En rouge : Courbe obtenue avec le programme Multel. **c.** Déphasage entre deux rayons (en incidence normale) transmis par un échantillon constitué de deux plans de bulles séparés d'une distance $d = 1150 \mu\text{m}$ (fig. 3-34).

Dans cette partie, nous avons montré que nous sommes capables de construire expérimentalement un cristal de bulles. Pour un cristal monocouche, nous avons mis en évidence l'existence d'une bande interdite qui résiste au désordre. La position de cette bande interdite est reliée à la résonance individuelle des bulles. Dans cette bande interdite, la dispersion est anormale et la vitesse de groupe est négative. La bande interdite observée présente toutes les caractéristiques d'un « gap d'hybridation ».

Nous avons aussi montré que nous pouvions réaliser des cristaux tridimensionnels et qu'en contrôlant la distance entre les plans de bulles, il est possible de faire coïncider deux gaps de nature différente, et que leurs effets s'ajoutent. En contrôlant la distance entre les plans de bulles, il est aussi possible de faire coïncider deux effets contraires : une sur-transmission (résonance Fabry-Pérot) et une bande interdite. Une publication présentant ces résultats est en cours de rédaction.

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

Dans la partie précédente, nous avons décrit une voie de conception originale de cristaux phononiques de bulles. En piégeant les bulles dans un matériau élastomère souple, on résout à la fois les problèmes de stabilité et de contrôle de l'échantillon tout en préservant la résonance de Minnaert des bulles. Mais avec un tel système, il s'avère impossible d'étudier un cristal compact. De prime abord, on pourrait penser qu'une telle étude n'est toutefois pas des plus intéressantes. En effet, un cristal compact est constitué à 74 % d'air et on peut penser que la compacité fait perdre le caractère résonant des bulles.

Nous allons voir dans la suite qu'un tel échantillon peut toutefois présenter des propriétés d'absorption sélective particulièrement intéressantes.

3.4.1 Outil microfluidique

Pour réaliser des bulles sphériques monodisperses dans l'eau, l'outil microfluidique est particulièrement adapté. Avec l'aide du laboratoire MMN de l'ESPCI, nous avons appris à concevoir des microsystèmes pour produire des bulles de gaz de quelques dizaines de microns de rayon [78].

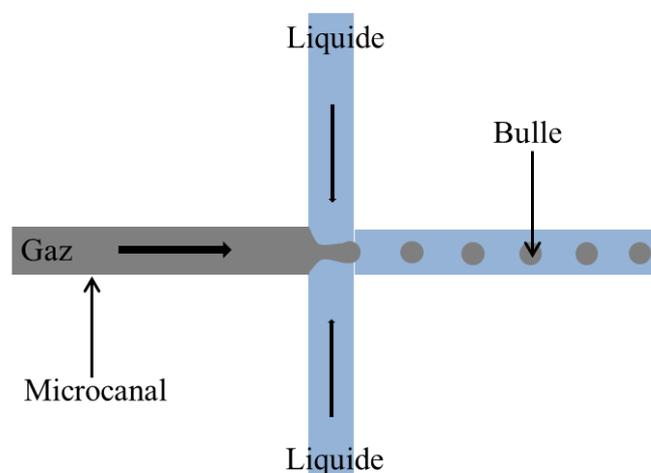


Figure 3-42 : Schéma de la géométrie « flow-focusing ».

En l'occurrence, notre choix s'est initialement porté sur une géométrie de « flow-focusing » (Figure 3-42). Pour former des bulles d'air, il faut convaincre le gaz de cohabiter avec le liquide dans un espace confiné. Les deux fluides ne sont pas miscibles et ont des affinités différentes pour la paroi ; la création de bulles sphériques constitue une solution que le système trouve pour minimiser la somme des énergies de surface. La géométrie flow-focusing permet de former la bulle en obligeant l'air à s'insérer dans l'écoulement du liquide. En contrôlant les débits d'arrivée des fluides (ou la pression en entrée des microcanaux), on s'assure de la monodispersité des objets créés. Les bulles ainsi formées sont injectées dans une cellule fermée remplie du liquide dans lequel elles ont été créées dans laquelle elles s'organisent spontanément en un réseau hexagonal compact (Figure 3-43). Cet échantillon de bulles est alors soumis aux phénomènes de vieillissement des mousses décrits au paragraphe 3.1.1.4. En outre, les échantillons obtenus ne sont pas transportables. Il n'est pas possible de désolidariser le cristal de sa cellule fermée en plexiglas. Nous sommes toutefois parvenus à réaliser quelques expériences de transmission acoustique.

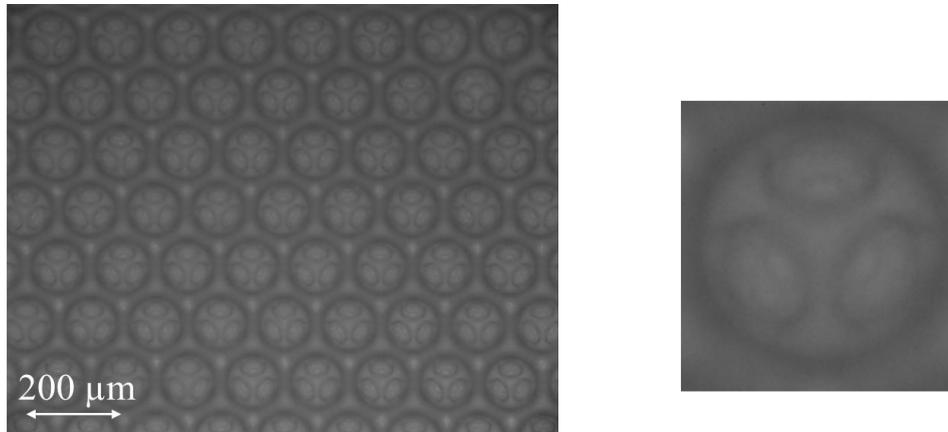


Figure 3-43 : Photo d'un cristal de bulles de rayon $r \approx 100 \mu\text{m}$ réalisé à l'aide de l'outil microfluidique. La photo de gauche montre bien que les bulles sont monodisperses et s'organisent dans le plan suivant un réseau triangulaire. En zoomant sur une bulle (image de droite), on voit la seconde couche de bulles sous la première qui montre un empilement suivant un réseau hexagonal compact.

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

Pour cela, nous avons utilisé le même montage que pour la caractérisation des cristaux en PDMS. La cellule remplie d'air est prise comme référence. Même si les mesures que nous avons effectuées se sont avérées très bruitées (la transmission étant très faible) et que l'échantillon n'était pas très stable sur l'ensemble des mesures, nous avons vérifié que le signal transmis à travers la cuve remplie d'air et le signal transmis à travers la cuve contenant le cristal de bulles sont très similaires en incidence normale.

L'utilisation du programme Multel confirme que le signal transmis à travers une couche de bulles de rayons r organisées suivant un réseau triangulaire compact est totalement réfléchi. La résonance basse fréquence des bulles semble bien inhibée dans cette géométrie.

Dans la suite, nous avons étudié un système plus intéressant consistant en une couche de bulles piégées à l'interface eau/air. Nous construisons ainsi un « radeau de bulles ». A cette fin, le procédé pour créer les bulles a été sensiblement modifié. Nous utilisons, non plus un microsysteme, mais simplement un capillaire de faible diamètre interne fixé au fond d'une cuve remplie d'eau par lequel est injecté un gaz à pression constante (Figure 3-44). Ce qui revient à créer un système « flow-focusing » dans lequel la vitesse du liquide est nulle.

3.4.2 Montage expérimental

Présentation générale du montage expérimental :

Le montage expérimental est présenté sur la Figure 3-44. La distance $H = 6\text{cm}$ est choisie de manière à ce que le radeau de bulles et l'émetteur soient séparés d'une distance supérieure à la distance de Fresnel et à ce que la largeur du faisceau au niveau du radeau de bulles soit au maximum de la taille de l'échantillon pour être le moins sensible possible aux effets de bords. H est aussi minorée pour que les échos ne se superposent pas (Figure 3-45).

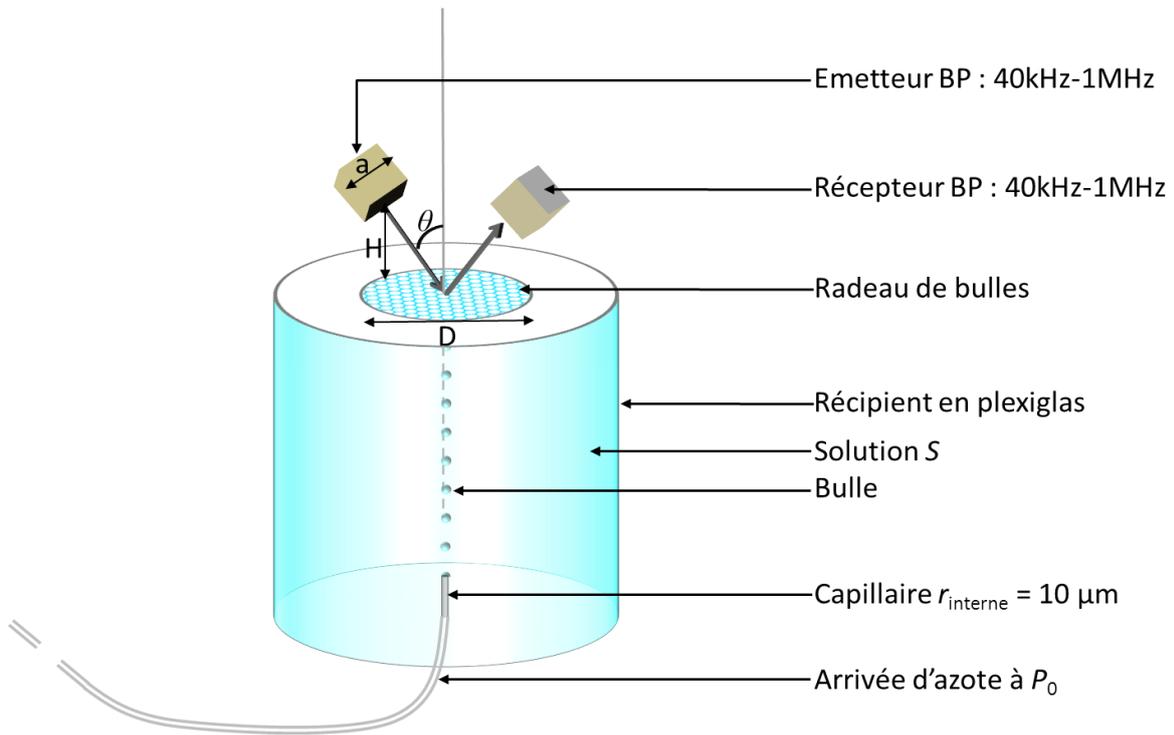


Figure 3-44 : Schéma du montage expérimental utilisé pour générer le radeau de bulles.

La distance de Fresnel $d_F = \frac{a^2}{4\lambda} - \frac{\lambda}{4}$ varie de 0.8 mm à 7.3 cm et la largeur du faisceau $L = H(\tan(\theta + \alpha) - \tan(\theta - \alpha))$ avec $\sin \alpha = 0.514 \frac{\lambda}{a}$ varie de 2 mm à 6.8 cm pour la bande passante des transducteurs.

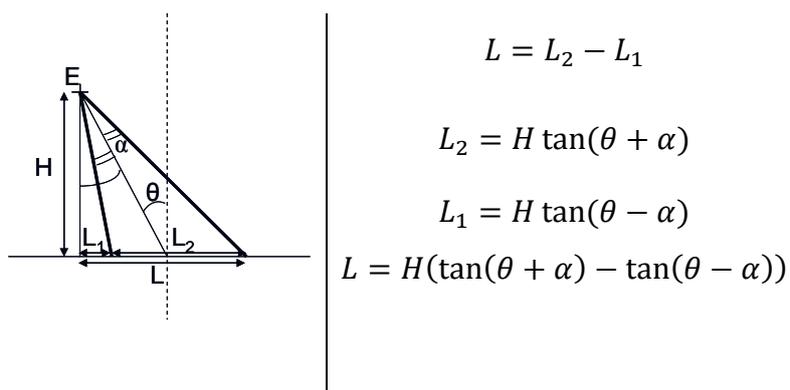


Figure 3-45 : Représentation schématique de l'émetteur et du plan de bulles permettant de déterminer la largeur du faisceau en fonction des paramètres intrinsèques des transducteurs (α) et des paramètres du montage (H et θ).

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

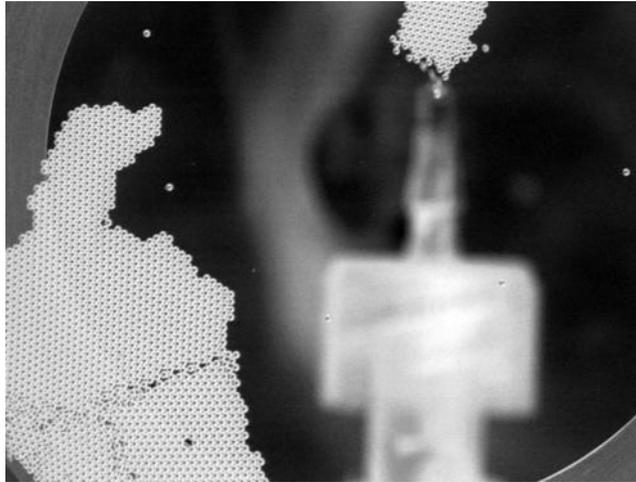


Figure 3-46 : Photo du dessus du radeau de bulles au cours de sa génération. Au premier plan, les bulles de rayon $r \approx 100 \mu\text{m}$ s'organisent en réseau triangulaire, à l'arrière plan on distingue dans le fond de la cuve le capillaire.

Génération du radeau de bulles

Le système de génération de bulles est simplifié par rapport aux techniques microfluidiques décrites précédemment. Au fond du récipient rempli d'une solution aqueuse S est fixé un capillaire de $10 \mu\text{m}$ de diamètre interne relié à une arrivée d'azote à pression constante P_0 . A l'extrémité du capillaire se forment des bulles monodisperses dont le rayon dépend de la pression P_0 et de la découpe du capillaire. De cette manière, on obtient un rayon de bulles qui varie de $50 \mu\text{m}$ à $200 \mu\text{m}$. Les bulles remontent à la surface et s'organisent spontanément en un réseau triangulaire (Figure 3-46).

Le radeau de bulles qui se forme est soumis aux phénomènes de vieillissement (cf. paragraphe 3.1.1.4) des mousses que l'on cherche à limiter.

Drainage

L'échantillon consiste en une seule couche de bulles dont le rayon est inférieur à la longueur capillaire. Les effets de la gravité sont négligeables ; le drainage gravitationnel ne joue aucun rôle dans le cas de notre échantillon.

Coalescence

Les bulles sont formées dans une solution aqueuse S . La solution S est une solution de TTAB de concentration massique $c_m = 3\text{g.L}^{-1}$. Le TTAB est un tensioactif cationique dont la cmc est 1.5 g.L^{-1} . On se place donc dans une solution de tensioactifs chargés dont la concentration est supérieure à la cmc ; ce qui permet la stabilisation des films situés à l'interface de deux bulles et du film situé au niveau de la surface libre. Le phénomène de coalescence est ainsi limité.

Mûrissement

Les bulles sont générées à pression constante sans modification de la hauteur de liquide dans le récipient et le liquide est au repos ($v_{\text{liquide}}=0$). Les bulles sont donc très monodisperses. Cependant des petites variations entre les rayons des bulles subsistent. Le radeau de bulles est soumis au mûrissement. D'après la loi de Laplace, la pression à l'intérieur des petites bulles est plus élevée que celle à l'intérieur des grosses bulles. Par un phénomène de **diffusion**, les petites bulles vont se vider dans les grosses.

Pour limiter ce phénomène on charge l'azote de molécules gazeuses de perfluorocarbure, gaz dont le coefficient de diffusion est très faible. Pour cela, on modifie le protocole expérimental en ajoutant sur l'arrivée de gaz un récipient rempli de perfluorocarbure liquide (Figure 3-47). Ainsi le gaz contenu dans les bulles est un mélange d'azote de concentration C_0 et de perfluorocarbure de concentration C_1 .

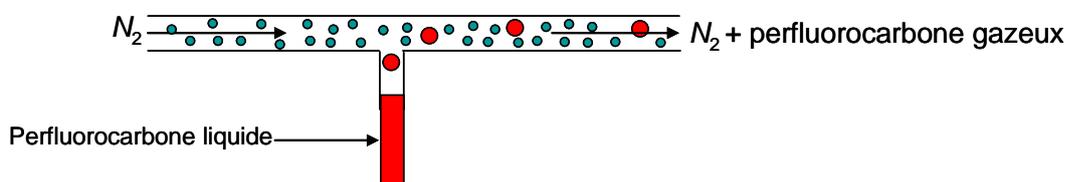


Figure 3-47 : Schéma représentant l'ajout sur l'arrivée de gaz d'un récipient contenant du perfluorocarbure liquide. Les disques verts représentent les molécules d'azote gazeux, les disques rouges les molécules de perfluorocarbure gazeux circulant dans l'arrivée de gaz.

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

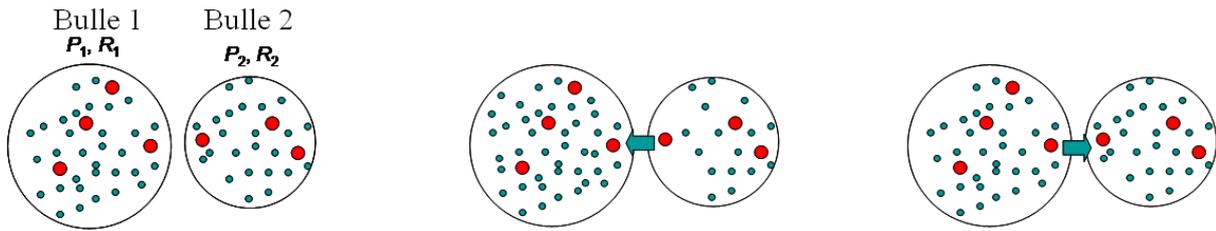


Figure 3-48 : Explication schématique de la limitation du phénomène de diffusion d'une bulle à l'autre. Les disques verts représentent les molécules d'azote gazeux, les disques rouges les molécules de perfluorocarbone gazeux. Les flèches vertes la diffusion des molécules d'azote.

Comme les bulles générées ne sont pas parfaitement monodisperses considérons deux bulles 1 et 2 de rayons tels que $R_1 > R_2$ (Figure 3-48). D'après la loi de Laplace $P_1 < P_2$ ce qui implique que les molécules de gaz diffusent de la bulle 2 vers la bulle 1. Le coefficient de diffusion du perfluorocarbone gazeux dans l'eau étant quasi nul, les molécules de perfluorocarbone ne diffusent pas de la bulle 2 vers la bulle 1. En revanche, le coefficient de diffusion de l'azote, quoique plus faible que celui de l'oxygène et de l'hydrogène, n'est pas nul et permet la diffusion des molécules d'azote de la bulle 2 vers la bulle 1. Il en résulte que les concentrations d'azote et de perfluorocarbone diffèrent entre la bulle 1 et la bulle 2.

La concentration de perfluorocarbone est plus importante dans la bulle 2 ; ainsi du fait de la pression osmotique, un flux d'azote se crée de la bulle 1 vers la bulle 2. La pression osmotique compense alors la pression de Laplace et le phénomène de mûrissement est ainsi limité.

Caractérisation acoustique :

On génère un radeau de bulles comme expliqué par la Figure 3-44. On peut faire varier le rayon des bulles de 50 μm à 200 μm en modifiant la pression du gaz et la forme de la pointe du capillaire. Le radeau de bulles est caractérisé en réflexion dans l'air à l'aide d'un émetteur et d'un récepteur placés à 20° de part et d'autre de la normale au plan de bulles. Un générateur alimente un amplificateur connecté au transducteur émetteur et le signal du transducteur récepteur est recueilli à l'aide d'un oscilloscope numérique. Le générateur délivre des impulsions gaussiennes de fréquence centrale 40 kHz, 50 kHz, 60 kHz, 70 kHz, 80 kHz, 90 kHz, 100 kHz, 125 kHz et 150 kHz. Un exemple en est donné sur la figure 3-49a.

On enregistre le signal reçu après réflexion à l'interface air-eau pour les différentes fréquences centrales : on obtient ainsi notre signal de référence. Un exemple de ce signal est donné sur la Figure 3-49b. Puis, sans modifier la hauteur de liquide dans le récipient, on

génère le radeau de bulle. Une fois que la surface de l'eau est recouverte d'une monocouche de bulles organisées en un réseau triangulaire, on coupe l'alimentation de gaz et on enregistre le signal reçu après réflexion à l'interface air-radeau de bulles pour les différentes fréquences centrales.

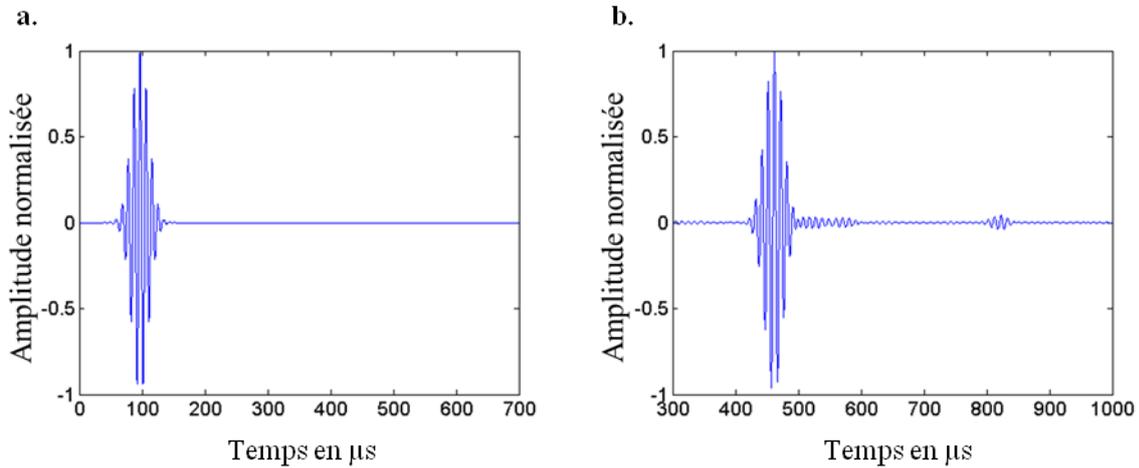


Figure 3-49 : **a.** Exemple d'impulsion gaussienne de fréquence centrale 100 kHz délivrée par le générateur et émise par le transducteur d'émission. **b.** Signal enregistré par le transducteur de réception après réflexion à l'interface air-eau de l'impulsion présentée sur la figure a.

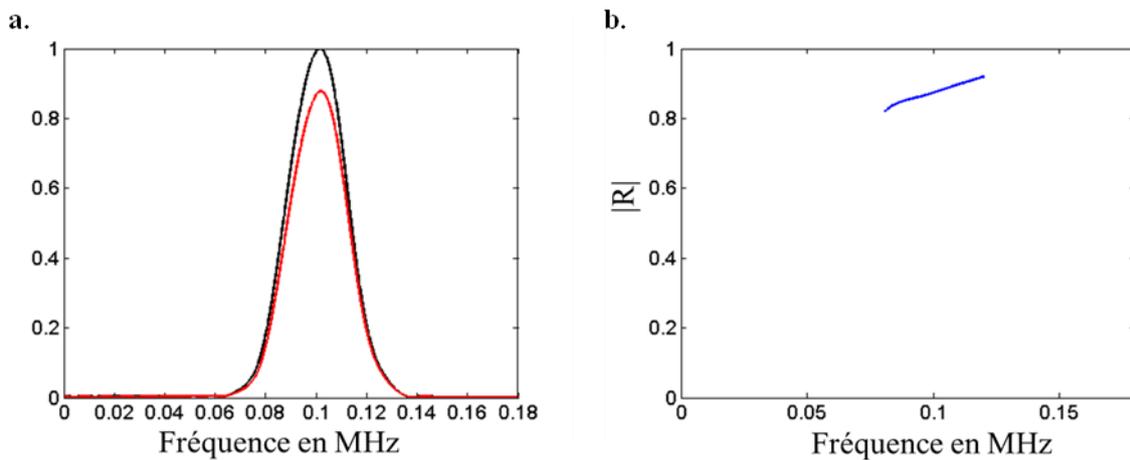


Figure 3-50 : **a.** En noir : Module de la transformée de Fourier (normalisée par sa valeur maximale) d'un signal de référence de fréquence centrale 100 kHz. En rouge : Exemple du module de transformée de Fourier (normalisée par la valeur maximale de la transformée de Fourier du signal de référence) d'un signal enregistré après réflexion à la surface d'un échantillon. **b.** Exemple de module de réflexion d'un échantillon obtenu autour de la fréquence centrale 100 kHz.

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

On effectue une transformée de Fourier de chacun des signaux temporels enregistrés. Un exemple de signaux obtenus est présenté sur la Figure 3-50. L'amplitude du coefficient de réflexion est donné par le module du rapport de la transformée de Fourier du signal enregistré à la surface de l'échantillon et de la transformée de Fourier du signal de référence. La figure présente un exemple du module du coefficient de réflexion obtenu autour de la fréquence centrale 100 kHz. En effectuant l'analyse des différents signaux temporels, on obtient finalement l'amplitude du coefficient de réflexion sur l'intervalle de fréquence 30 kHz – 180 kHz.

Détermination de la taille des bulles :

Afin de corrélérer le comportement acoustique de nos échantillons avec la taille des bulles, nous devons mesurer leur rayon. Les échantillons sont photographiés à l'aide d'une caméra CCD placée au-dessus du récipient entre les deux transducteurs. Une image de chaque échantillon est ainsi enregistrée. De même, on enregistre l'image d'un réglet placé au niveau de la surface de l'eau et à l'aide du logiciel ImageJ on en déduit le rayon de la partie immergée des bulles avec une précision de 4 μm .

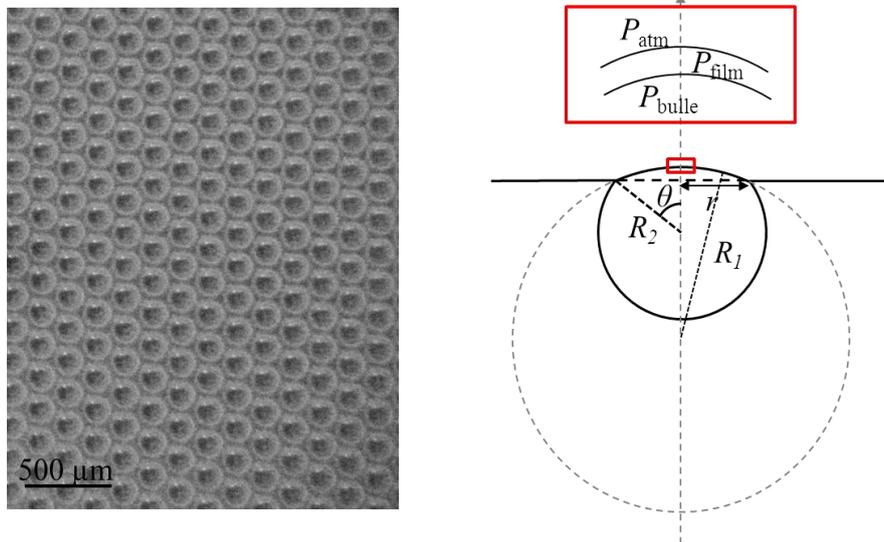


Figure 3-51 : A gauche : une photo d'un radeau de bulles. A droite : un schéma représentant la forme d'une bulle à l'interface air-eau.

On cherche à présent à déterminer le volume des bulles à partir de la mesure du rayon de la partie immergée. Considérons une bulle du radeau comme système mécanique (Figure 3-51). Elle est soumise à son poids, à la poussée d'Archimède et aux forces de tension de surface. Le rayon des bulles que nous considérons est compris entre 50 μm et 200 μm . Il est donc petit devant la longueur capillaire ($l_c = 2 \text{ mm}$). On peut alors considérer que le poids est négligeable et que le volume de la partie émergée est faible devant le volume de la partie immergée. Il en résulte que nous pouvons faire les deux hypothèses suivantes :

- Le volume de la bulle est à peu près égal au volume de la partie immergée considérée comme une sphère de rayon R_2 .
- Seule la résultante des forces de tension de surface s'exerçant sur la partie émergée n'est pas nulle et elle s'exerce sur une surface équivalente à un disque de rayon r .

La poussée d'Archimède s'écrit alors : $\vec{F}_a = \frac{4}{3} \rho g \pi R_2^3 \vec{e}_z$.

En considérant la partie immergée de la bulle, la différence de pression entre l'eau et la bulle s'écrit : $P_{bulle} - P_{eau} = \frac{2\gamma}{R_2}$

En considérant la partie émergée de la bulle, on a : $P_{bulle} - P_{film} = \frac{2\gamma}{R_1}$ et $P_{film} - P_{atm} = \frac{2\gamma}{R_1}$ donc on obtient $P_{bulle} - P_{atm} = \frac{4\gamma}{R_1}$. Sur une profondeur petite devant la longueur capillaire, on a : $P_{eau} = P_{atm}$ ce qui entraîne $P_{bulle} - P_{atm} = \frac{2\gamma}{R_2} = \frac{4\gamma}{R_1}$ et ainsi on en déduit que $R_1 = 2R_2$.

On a donc $P_{bulle} - P_{film} = \frac{\gamma}{R_2}$ et la force de tension de surface s'écrit $\vec{F}_p = -\frac{\gamma}{R_2 \pi r^2} \vec{e}_z$.

Le système étant à l'équilibre, la poussée d'Archimède et la force de tension de surface se compensent, on a donc $\frac{4}{3} \rho g \pi R_2^3 \approx \frac{\gamma}{R_2} \pi r^2$.

On en déduit alors que $r \approx R_2^2 \sqrt{\frac{4\rho g}{3\gamma}}$.

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

Vérifions alors que le volume de la partie émergée V_e est petit devant celui de la partie immergée V_i pour le plus grand rayon de bulles que nous considérons :

$$V_i = 2\pi \int_0^{R_2} \int_0^{\pi-\theta} r^2 dr \sin \varphi d\varphi = \frac{2\pi}{3} R_2^3 (1 + \cos \theta) = \frac{2\pi}{3} R_2^3 \left(1 + \cos \left(\arcsin \left(\frac{r}{R_2} \right) \right) \right) \quad (3-42)$$

$$V_e = 2\pi \int_0^{R_1} \int_0^{\theta} r^2 dr \sin \varphi d\varphi = \frac{2\pi}{3} R_1^3 (1 - \cos \theta) = \frac{16\pi}{3} R_2^3 \left(1 - \cos \left(\arcsin \left(\frac{r}{R_2} \right) \right) \right) \quad (3-43)$$

$$\frac{V_e}{V_i} = 8 \frac{1 - \cos(\arcsin(r/R_2))}{1 + \cos(\arcsin(r/R_2))} \quad (3-44)$$

Pour $R_2 = 200 \mu\text{m}$, le volume de la partie émergée vaut environ 3% du volume de la partie immergée. On en déduit que les hypothèses effectuées sont justifiées pour les rayons de bulle que l'on considère. Ainsi le rayon mesuré correspond bien au rayon de la bulle.

3.4.3 Résultats expérimentaux

La Figure 3-52 présente les résultats obtenus pour un radeau de bulles de rayon $86 \mu\text{m}$. On observe un large gap en réflexion autour de 61 kHz . On a effectué l'expérience pour plusieurs tailles de bulles différentes et le module du coefficient de réflexion présente toujours la même allure, la position du gap dépendant de la fréquence. Un radeau de bulles ne se comporte donc pas comme une interface eau/air.

On reporte la position du gap obtenu en fonction de l'inverse du rayon des bulles (Figure 3-53) et on montre ainsi que la position du gap varie comme l'inverse du rayon des bulles telle que $f_{gap} = \alpha R^{-1}$ avec $\alpha = 5.1 \text{ Hz.m}$.

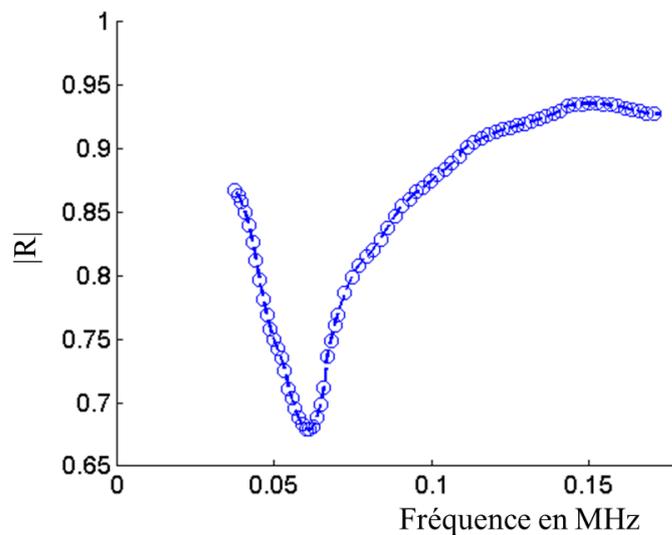


Figure 3-52 : Allure du module de réflexion à l'interface air-radeau de bulles en fonction de la fréquence pour des bulles de $86 \mu\text{m}$ de rayon.

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

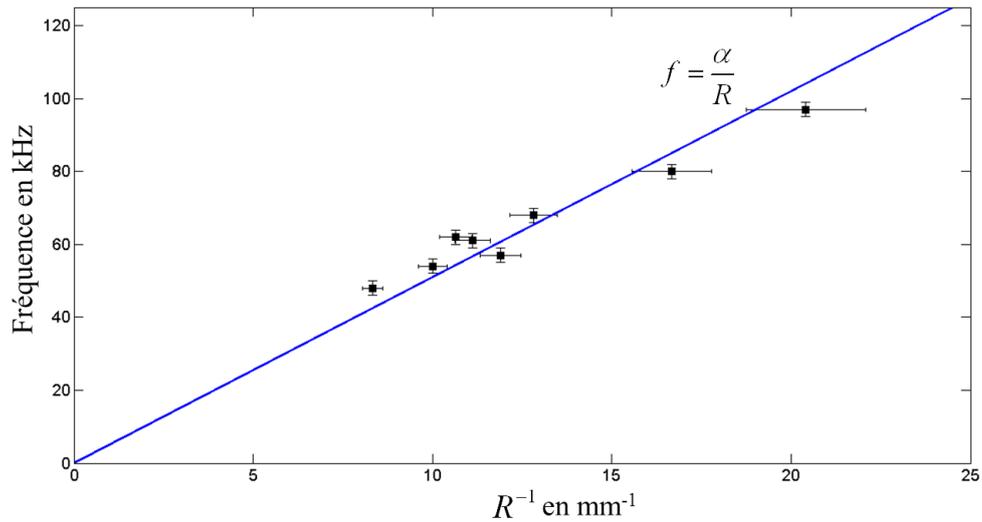


Figure 3-53 : Cercles noirs : Position en fréquence du minimum de réflexion observé expérimentalement en fonction de l'inverse du rayon des bulles. En bleu : le meilleur fit. On en déduit un comportement linéaire tel que $f_{gap} = \alpha R^{-1}$ avec $\alpha = 5.1$ Hz.m.

On observe que la réflexion à l'interface air-radeau de bulles présente un minimum de réflexion (Figure 3-52) et que sa position varie comme l'inverse de la fréquence. Un radeau de bulles de rayon de 100 μm présente un minimum pour une fréquence de 51 kHz (Figure 3-53) tandis qu'une bulle seule dans l'eau de même rayon résonne pour une fréquence de 33 kHz. La position du minimum est donc du même ordre de grandeur que la résonance d'une bulle seule dans l'eau. Ce minimum de transmission semble donc être relié à la résonance individuelle des bulles. Il est important de rappeler qu'un plan de bulles organisées suivant un réseau compact triangulaire immergé dans l'eau se comporte comme une tranche d'air en incidence normale. Aucune signature d'une résonance n'apparaît.

3.4.4 Interprétation

La vitesse du son dans l'air étant plus faible que la vitesse du son dans l'eau, il existe un angle limite θ_{lim} à partir duquel il y a réflexion totale à l'interface air-eau. On a d'après la loi de Snell-Descartes : $c_{air}^{-1} \sin(\theta_{incident}) = c_{eau}^{-1} \sin(\theta_{transmis})$ et comme $c_{air} < c_{eau}$ l'angle limite est donné par $\theta_{lim} = \arcsin(c_{air}/c_{eau}) = 13.1^\circ$.

Nos expériences étant réalisées pour un angle $\theta > \theta_{lim}$ nous devrions observer une réflexion totale à l'interface air-eau ainsi qu'à l'interface air-radeau de bulles. Or, si un radeau de bulles se trouve à la surface de l'eau, il existe un gap en réflexion dont la position dépend du rayon des bulles. Nous allons tenter d'en donner une interprétation.

Pour cela, on simule à l'aide du programme Multel les expériences représentées sur la Figure 3-54.

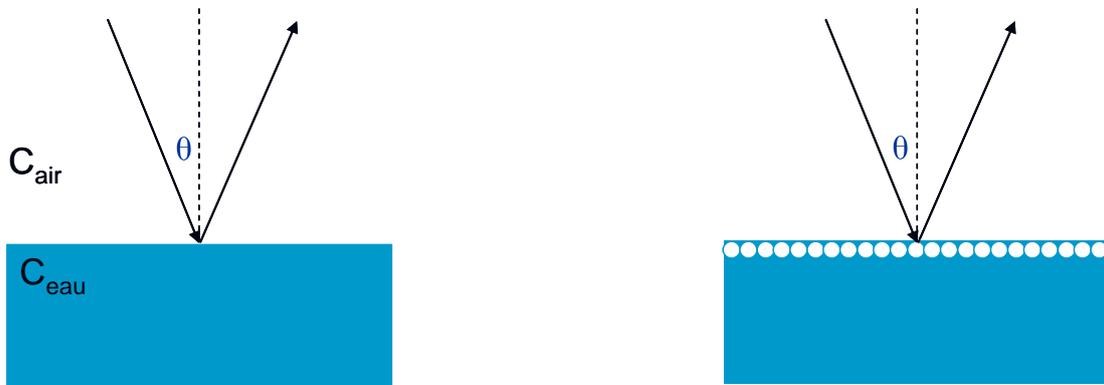


Figure 3-54 : Schémas représentant les deux situations simulées avec le programme Multel. A gauche : Expérience permettant de déterminer le coefficient de réflexion à l'interface air-eau. A droite : Expérience permettant de déterminer le coefficient de réflexion à l'interface air-« radeau de bulles ».

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

Expérience 1 : on cherche à déterminer la valeur du coefficient de réflexion sur la plage de fréquences 30 kHz-180 kHz avec un angle d'incidence θ ; les paramètres des deux milieux sont $c_{\text{eau}} = 1500 \text{ m.s}^{-1}$, $c_{\text{air}} = 340 \text{ m.s}^{-1}$, $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $\rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg.m}^{-3}$.

Expérience 2 : on construit une couche de bulles de rayon $r = 86 \text{ }\mu\text{m}$, organisées suivant un réseau triangulaire de pas $a = 2r$ et située exactement à l'interface air-eau. L'angle d'incidence ainsi que les célérités et masse volumique de l'eau et de l'air ne sont pas modifiées par rapport à l'expérience 1.

On obtient pour les deux expériences une réflexion totale sur toute la plage de fréquences. Les résultats numériques et expérimentaux ne sont donc pas en accord.

Intéressons-nous à nouveau à l'allure de la courbe expérimentale représentée sur la Figure 3-52. Rappelons que la position du gap correspond à une longueur d'onde dans l'eau et dans l'air très grande devant le rayon des bulles et qu'elle varie proportionnellement à l'inverse de leur rayon comme la fréquence de résonance d'une bulle seule ($f = \alpha/R$ avec $\alpha = 3.3 \text{ Hz.m}$ pour une bulle seule et $\alpha = 5.1 \text{ Hz.m}$ pour un radeau de bulles). Il semblerait que le gap observé en réflexion soit une conséquence d'une résonance basse fréquence des bulles. Or, on a $|R|^2 + |T|^2 + |A|^2 = 1$ avec R , T et A les coefficients de réflexion, de transmission et d'absorption en amplitude. L'angle d'incidence étant supérieur à l'angle limite, la transmission est nécessairement nulle, il faut donc tenir compte de l'absorption pour expliquer le gap observé en réflexion.

Rappelons que les différentes composantes du facteur d'amortissement pour une bulle seule dans l'eau s'écrivent : $\delta_{rad} = \frac{R_0\omega}{c}$, $\delta_{vis} = \frac{4\eta}{\rho R_0^2\omega}$ et $\delta_{th} = \frac{P_{bulle}}{\rho R_0^2\omega^2} \text{Im}\phi$.

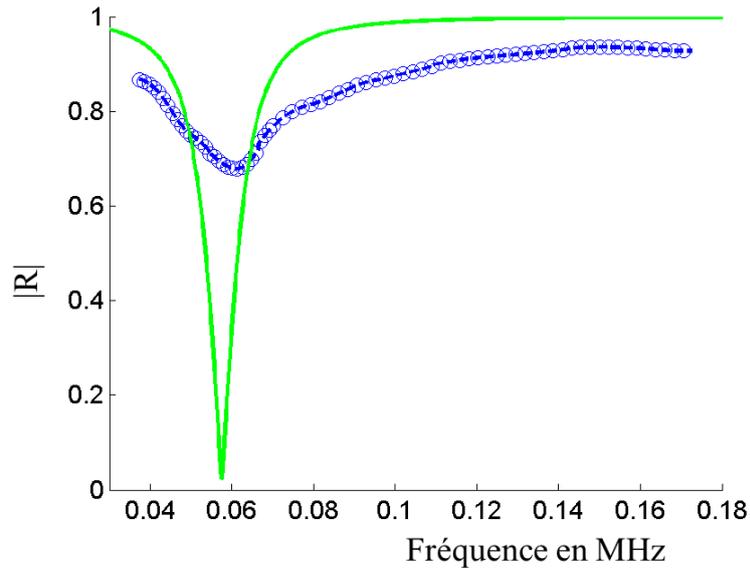


Figure 3-55 : En bleu (o) : Module de réflexion mesuré expérimentalement. En vert : Module de réflexion déterminé par la simulation Multel.

En introduisant le facteur d'amortissement dans la simulation numérique comme expliqué au paragraphe 3.2.2.2, on obtient les résultats présentés sur la Figure 3-55. On remarque que le fait d'introduire un facteur d'amortissement fait apparaître un gap en réflexion dont la position correspond à la position observée expérimentalement. En revanche, la largeur et la profondeur du gap obtenu numériquement ne correspondent pas à celles obtenues expérimentalement. La prise en compte de l'amortissement semble être la cause du gap observé ; cependant la valeur calculée semble erronée. Le gap observé sur la courbe numérique est bien plus profond et bien plus étroit que celui observé sur la courbe expérimentale. Le facteur d'amortissement réel semble plus important que le facteur d'amortissement que nous avons déterminé.

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

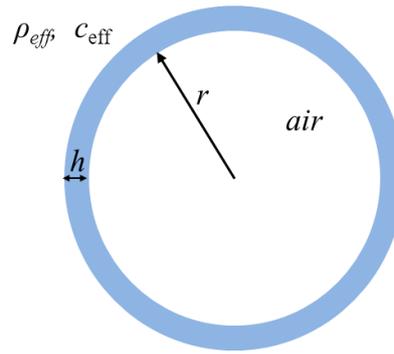


Figure 3-56 : Schéma illustrant une bulle d'air dans un milieu bulleux.

En effet, nous ne pouvons pas considérer les bulles du radeau comme des bulles seules dans l'eau. Alekseev et ses collaborateurs ont proposé un modèle pour caractériser les oscillations d'une bulle entourée d'une enveloppe constituée d'un matériau viscoélastique d'épaisseur h immergée dans un second matériau viscoélastique [47]. Nous allons reprendre cette référence pour déterminer les expressions des différentes composantes du facteur d'amortissement.

Nous considérons, d'une manière très simplifiée (Figure 3-56), qu'une bulle du radeau peut être vue comme une bulle d'air entourée d'un film d'eau d'épaisseur h immergée dans un liquide bulleux dont la masse volumique est donnée par la masse volumique effective $\rho_{eff} = (1 - \varphi)\rho_{eau} + \varphi\rho_{air}$ avec φ la fraction volumique en gaz. L'épaisseur du film h est estimée telle que le volume de l'enveloppe corresponde au volume d'eau contenu dans une cellule élémentaire du réseau hexagonal compact i.e $\frac{4/3\pi r^3}{4/3\pi(r+h)^3} = \varphi$, ce qui donne $h = r(\varphi^{-1/3} - 1)$.

Les composantes du facteur d'amortissement s'écrivent alors :

$$\delta_{rad} = \frac{\omega r}{c_{eff}} \frac{\rho_{eff}(r+h)}{\rho_{eff}r + \rho_{eau}h} \quad (3-45)$$

$$\delta_{vis} = 4 \frac{\eta_{eau}(r+h)^3 + (\eta_{eff} - \eta_{eau})r^3}{\omega r^2 (\rho_{eff}r + \rho_{eau}h)(r+h)^2} \quad (3-46)$$

$$\delta_{th} = \frac{P_{bulle}}{\omega^2 \rho_{eff} r^2} \text{Im}\phi \quad (3-47)$$

Et la fréquence de résonance est donnée par l'expression :

$$f_{res} = f_0 \sqrt{\frac{\rho_{eau}(1 + h/r)}{\rho_{eff} + \rho_{eau}h/r}} \quad (3-48)$$

Pour $r = 86\mu m$, on obtient par ce modèle $f_{res} = 63$ kHz, ce qui est très proche de la valeur observée expérimentalement. De plus, h/r est indépendant de r . Le modèle prédit donc une fréquence de résonance proportionnelle à $1/r$ comme cela est observé expérimentalement.

La rhéologie des mousses ne reste encore aujourd'hui que partiellement comprise. Les phénomènes dissipatifs visqueux d'une mousse sont liés à la fois à la viscosité du liquide moussant et à la viscosité de surface qui comprend un terme de viscosité dilatationnelle et un terme de viscosité de cisaillement [44]. Ce qui permet de définir une viscosité effective de la mousse qui est de plusieurs ordres de grandeurs supérieur à la viscosité du fluide moussant. Nous ne sommes pas en mesure de déterminer exactement cette viscosité effective mais en prenant $\eta_{eff} \approx 250 \eta_{eau}$, on obtient les résultats présentés sur la figure. L'accord entre résultats expérimentaux et numériques est excellent.

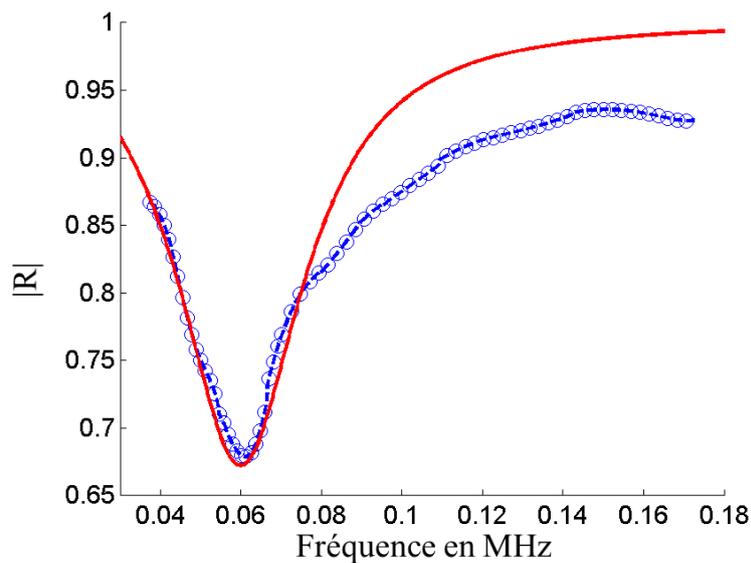


Figure 3-57 : En bleu (o) : Module de réflexion mesuré expérimentalement. En rouge : Module de réflexion déterminé par la simulation Multel.

3.4 Un superabsorbant acoustique : le radeau de bulles

On montre ainsi qu'un radeau de bulles se comporte différemment d'une couche de bulles dans l'eau. A l'interface eau-air, les bulles du radeau conservent un caractère résonant bien qu'elles soient au contact. Ce caractère résonant se traduit par une forte absorption à la résonance. Le modèle développé dans [47] convient pour déterminer la position de la résonance des bulles et pour expliquer la courbe expérimentale en prenant une valeur effective de viscosité plus de deux cent fois supérieure à celle de l'eau. Nos mesures expérimentales couplées au programme de simulation numérique Multel permettent ainsi de déterminer un ordre de grandeur de la viscosité d'un radeau de bulles compact.

Un radeau de bulles d'air dans l'eau se comporte donc comme un absorbant sélectif dont la fréquence d'utilisation peut être modifiée en jouant sur la taille des bulles.

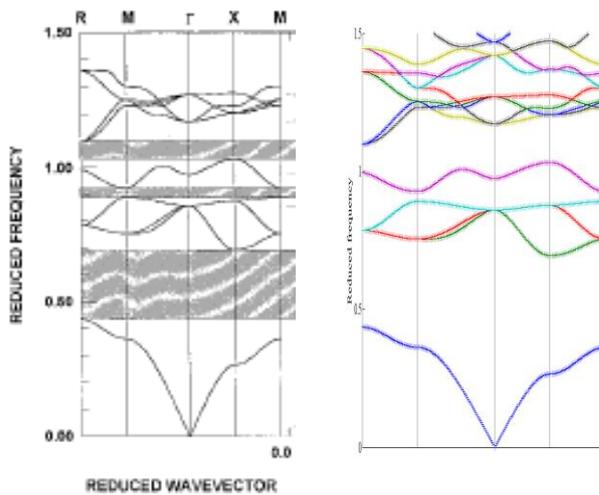
Il est également intéressant de quantifier le signal transmis à l'eau par le radeau de bulles pour des angles d'incidence $\theta < \theta_{lim}$. Toutefois, bien que, pour les paramètres que nous avons déterminés, le programme Multel prédise un pic de transmission à la fréquence de résonance, nous n'avons pas été en mesure de le détecter expérimentalement du fait de la faible sensibilité des récepteurs à immersion que nous avons dans cette gamme de fréquence. Cependant, sous réserve d'utiliser des récepteurs de meilleure sensibilité, on doit pouvoir vérifier qu'un radeau de bulles d'air à la surface de l'eau se comporte également comme un dioptré sélectif permettant de transmettre un signal acoustique entre l'air et l'eau.

Annexe 1 : Méthode de développement en ondes planes

Afin de valider notre programme de simulation en ondes planes, nous avons comparé les résultats qu'il fournit à ceux que l'on peut trouver dans la littérature. Nous présentons ci-après un exemple de comparaison dans le cas d'un cristal constitué de diffuseurs sphériques d'eau dans une matrice de mercure liquide.

Les courbes sur les Figures 3-58 à 3-60 donnent l'évolution de la fréquence réduite Ω de l'onde se propageant suivant les directions principales du cristal en fonction du vecteur d'onde dans la première zone de Brillouin. On présente d'une part les courbes de dispersion données par [79] et d'autre part celles obtenues par notre simulation pour trois géométries cristallines cubiques.

Réseau cubique simple de fraction volumique en diffuseurs $f = 0.35$.



$$\Omega = \frac{a}{2\pi v_l} \omega$$

a : paramètre le maille

ω : pulsation

$$v_l = \sqrt{\frac{\rho_{H_2O}^{-1}f + \rho_{Hg}^{-1}(1-f)}{(\rho_{H_2O}c_{H_2O}^2)^{-1}f + (\rho_{Hg}c_{Hg}^2)^{-1}(1-f)}}$$

$$\rho_{H_2O} = 998 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$c_{H_2O} = 1496.7 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\rho_{Hg} = 13500 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$c_{Hg} = 1450 \text{ m.s}^{-1}$$

Figure 3-58 : A gauche : Relations de dispersion obtenues par Kushwaha [79]. A droite : celles obtenues avec notre simulation.

Réseau cubique centré de fraction volumique en diffuseurs $f = 0.40$.

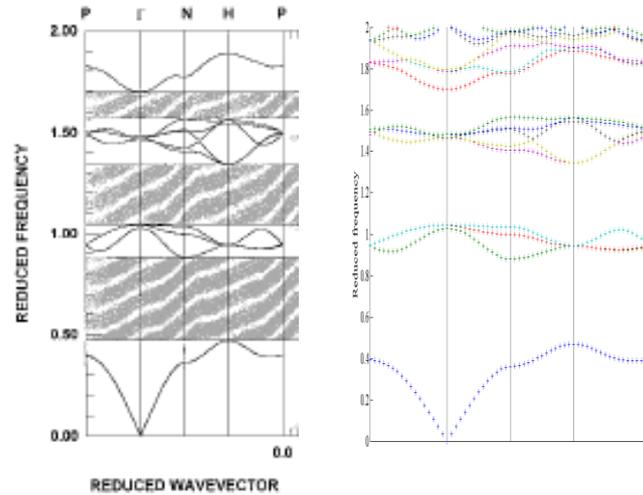


Figure 3-59 : A gauche : Relations de dispersion obtenues par Kushwaha [79]. A droite : celles obtenues par notre simulation.

Réseau cubique faces centrées de fraction volumique en diffuseurs $f = 0.50$.

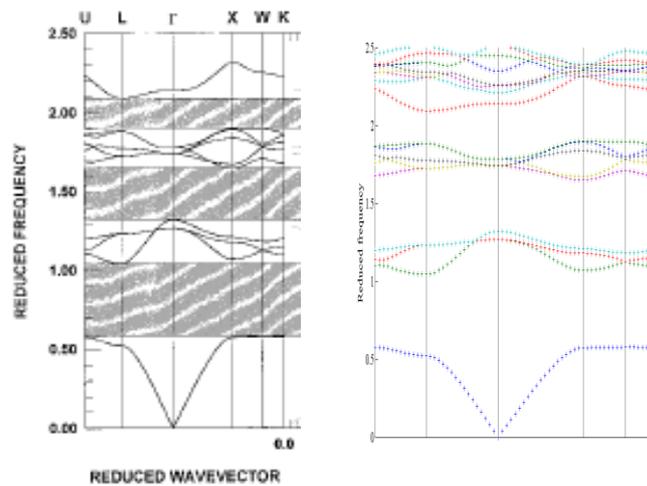


Figure 3-60 : A gauche : Relations de dispersion obtenues par Kushwaha [79]. A droite : celles obtenues par notre simulation.

Les courbes de dispersion obtenues par notre code en ondes planes correspondent parfaitement aux courbes de dispersion obtenues dans la littérature.

Annexe 2 : Propriétés rhéologiques du PDMS

Rappels sur le comportement mécanique des polymères

Le comportement d'un polymère, lorsqu'il est soumis à une contrainte de cisaillement, peut être modélisé par un module de cisaillement complexe $G^* = G' + iG''$, reliant la contrainte imposée et la déformation du matériau. Le module de conservation, G' , caractérise la réponse en phase avec la déformation. Il est associé à la réponse élastique. Le module de perte G'' est quant à lui associé à la réponse de type visqueux, en quadrature de phase par rapport à la déformation. G' et G'' dépendent de la température et de la fréquence de sollicitation. On note δ le module de perte défini par $\delta = \frac{G''}{G'}$.

Le comportement mécanique des polymères est caractérisé par leur température de transition vitreuse T_g . La température de transition vitreuse représente la température à laquelle un matériau passe d'un état caoutchouteux à un état rigide lorsque sa température est abaissée. On dit qu'un matériau est fragile quand sa T_g est plus élevée que la température ambiante, viscoélastique quand sa T_g est à peu près égale à la température ambiante et élastomère quand sa T_g est plus faible que la température ambiante.

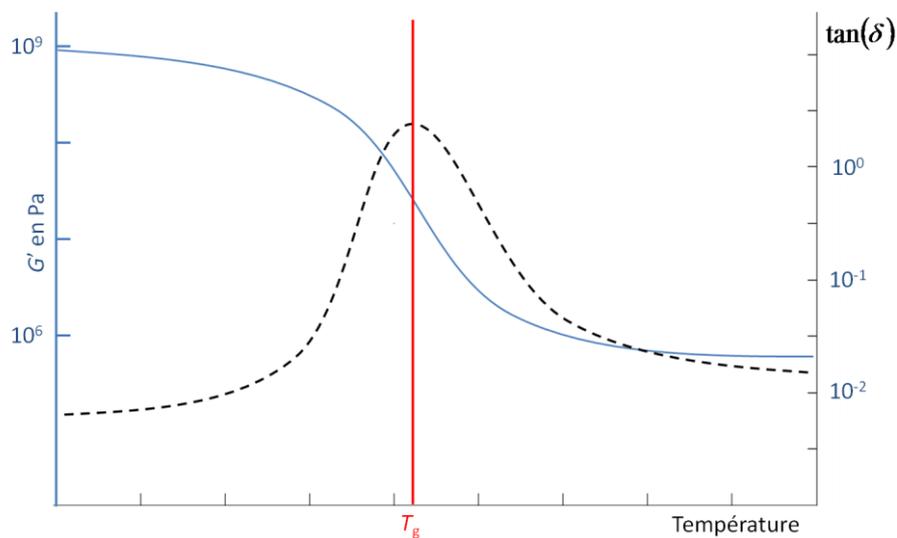


Figure 3-61 : Représentation du module de cisaillement G' et du module de perte δ d'un polymère.

Il est utile de connaître, pour une température donnée, la réponse du matériau pour un domaine fréquentiel le plus large possible. Les moyens expérimentaux limitent cependant ces domaines accessibles. En effet, les viscoanalyseurs sont limités en fréquence.

Pour étendre la courbe de réponse vers des fréquences plus hautes que celles accessibles par l'expérience, nous allons utiliser le principe d'équivalence fréquence-température. Ce principe découle du fait que le comportement mécanique d'un matériau est dépendant des relaxations moléculaires et/ou des réarrangements à l'intérieur du matériau. Il est piloté par un temps caractéristique τ qui dépend de la température (loi d'Arrhénius ou loi WLF) : il diminue si la température augmente et inversement. Dans le domaine fréquentiel, le comportement mécanique sera fonction de la quantité $\omega\tau$. Ainsi, diminuer la température revient à augmenter la fréquence d'étude. Afin d'élargir le domaine fréquentiel d'étude à une température T_{ref} donnée, il faut effectuer des mesures dans le domaine fréquentiel accessible non pas seulement à la température T_{ref} , mais aussi à des températures inférieures. Le changement de température revient à multiplier l'échelle de fréquence par un facteur a_T appelé facteur de décalage ou de 'glissement'. Ce facteur de glissement dépend de la température et du matériau. Ces facteurs de glissement sont accessibles par l'expérience.

Choix du PDMS

Le choix du PDMS, matériau utilisé préférentiellement pour les systèmes microfluidiques, s'est imposé pour sa capacité à mouler parfaitement les micro-structures. A notre connaissance, il s'agit du matériau présentant la plus basse température de transition vitreuse ($T_g = -125$ °C). Cette propriété permet, d'après le principe d'équivalence fréquence-température, de pouvoir mener des études à des fréquences élevées (de l'ordre du MHz) à température ambiante tout en espérant rester sur le « plateau caoutchoutique ». C'est-à-dire que le matériau possède, aux fréquences ultrasonores, un module de cisaillement de l'ordre de 10^6 Pa et un module de perte faible.

Expériences de rhéologie classique

Annexe 2 : Propriétés rhéologiques du PDMS

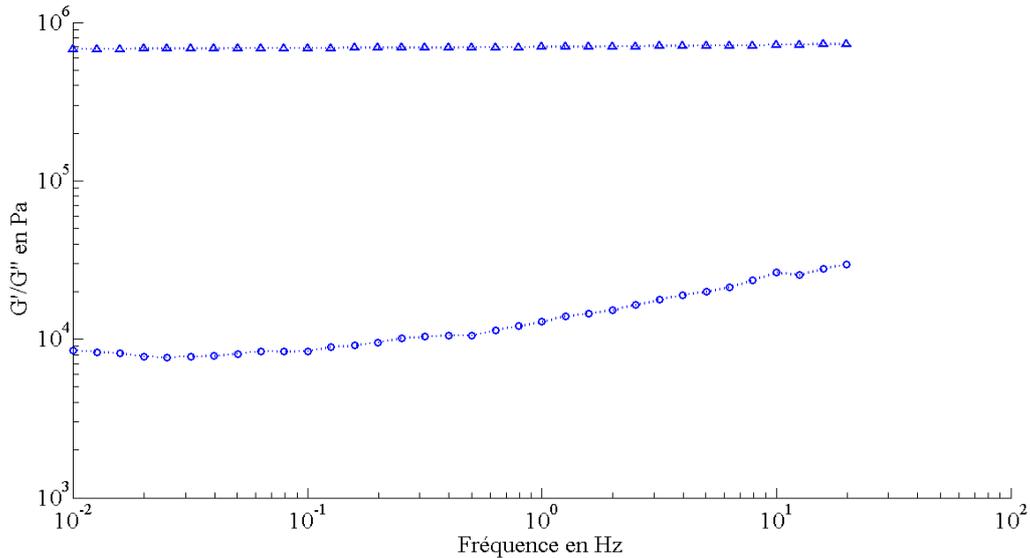


Figure 3-62 : Exemple de courbes de variation de G' (▲) et G'' (o) en fonction de la fréquence obtenues expérimentalement à température ambiante (20°C)

Afin de déterminer le module de cisaillement du PDMS, nous avons appris à utiliser, sur les conseils d'Hélène Montes du laboratoire PPMD de l'ESPCI, un analyseur mécanique dynamique (DMA). Nous avons effectué des mesures « plan-plan » en mode dynamique à déformation imposée. Les mesures ont été réalisées à différentes températures avec une déformation de 5%, pour des fréquences appartenant à l'intervalle [0.01 Hz – 20 Hz].

On obtient le type de courbes présentées sur la Figure 3-62. Nous avons effectué ces mesures pour des températures comprises entre -30°C et 30°C. En appliquant le principe d'équivalence fréquence-température, nous déduisons que les facteurs de glissement a_T du PDMS sont trop faibles pour que nous puissions avoir accès au module de cisaillement pour des fréquences de l'ordre de 500 kHz. Et il n'est pas possible de descendre plus en température puisque le PDMS cristallise autour de -50°C.

Rhéologie acoustique

Afin de disposer d'une mesure du module de cisaillement du PDMS à plus haute, fréquence nous avons mis en place une expérience de rhéologie acoustique [80].

Les phénomènes de transmission et de réflexion d'une onde ultrasonore sur une interface matériau viscoélastique-quartz sont régis par le module de cisaillement du matériau viscoélastique ; en d'autres termes, il est possible, à partir de la mesure des coefficients de transmission et de réflexion, de calculer les modules G' et G'' du matériau.

On a utilisé un système transducteur/ligne à retard en quartz/galette de PDMS. Le transducteur est excité par un générateur d'impulsions et émet une onde ultrasonore dans la ligne à retard. Une partie de cette onde est transmise dans le matériau viscoélastique et une autre partie est réfléchiée dans la ligne à retard. La rupture d'impédance étant très forte entre la ligne à retard et le PDMS l'onde transmise dans le matériau est d'amplitude très faible. On peut alors ne tenir compte que de l'onde réfléchiée dans la ligne à retard. L'onde réfléchiée dans la ligne à retard est enregistrée par le transducteur créant ainsi un premier écho. L'onde est ensuite réfléchiée par le transducteur puis à nouveau sur l'interface ligne à retard / PDMS créant ainsi un deuxième écho sur le transducteur, et ainsi de suite (Figure 3-63).

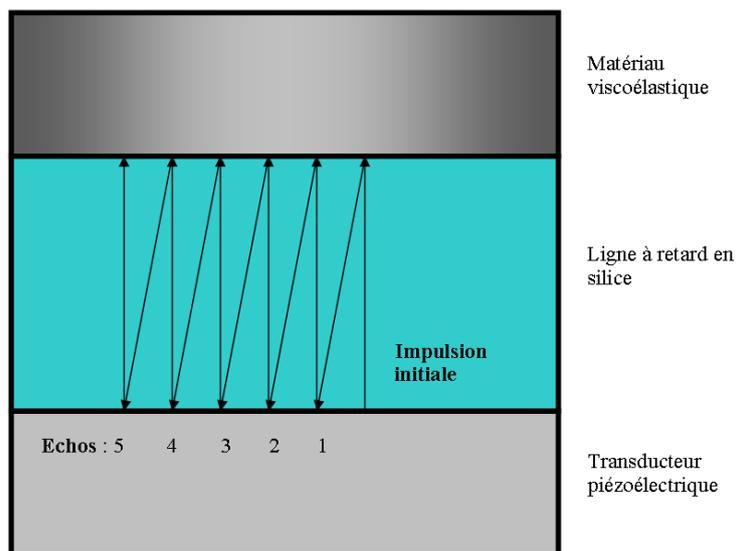


Figure 3-63 : Représentation schématique des réflexions multiples de l'onde ultrasonore à l'interface transducteur-polymère.

On récupère ainsi une série de n échos, dont les temps d'arrivée t_n et les amplitudes A_n dépendent des caractéristiques viscoélastiques du milieu.

On effectue l'expérience avec et sans le matériau à caractériser. La comparaison des amplitudes et des temps d'arrivées des échos obtenus dans les deux cas nous permettent de déterminer les paramètres viscoélastiques du matériau.

Le coefficient de réflexion à l'interface ligne à retard PDMS est complexe $r = r_0 e^{i\Delta\theta}$ avec $\ln\left(\frac{A_n}{A_{air,n}}\right) = r_0 n + cste$ et $t_n - t_{air,n} = n \frac{\Delta\theta}{\omega} + cste$. On en déduit les relations suivantes [80] :

$$G' = \frac{Z_{LR}^2 (1 - r_0^2)^2 - 4r_0 \sin^2 \Delta\theta}{\rho (1 + 2r_0 \cos \Delta\theta + r_0^2)^2}$$

Annexe 2 : Propriétés rhéologiques du PDMS

$$G'' = -\frac{Z_{LR}^2}{\rho} \frac{(1 - r_0^2)4r_0 \sin \Delta\theta}{(1 + 2r_0 \cos \Delta\theta + r_0^2)^2}$$

où Z_{LR} est l'impédance de la ligne à retard ($Z_{LR}=7,75.10^6$ Rayl) et ρ la masse volumique du matériau.

A 1MHz, l'expérience n'est pas concluante. Soit la ligne à retard est trop petite et alors les échos se superposent ou alors la ligne à retard est suffisamment grande pour éviter la superposition des échos mais alors la diffraction dans la ligne à retard fausse les mesures. Pour nous affranchir de ces problèmes, nous avons effectué les mesures à 20 MHz et nous avons déduit de nos mesures une valeur approximative des parties réelle et imaginaire du module de cisaillement $G' = G'' = 2.5$ MHz .

Ces différentes mesures ne nous permettent pas de connaître le module de cisaillement du PDMS aux fréquences qui nous intéressent. En revanche, elles fournissent un intervalle pour la valeur du module de cisaillement et nous permettent ainsi de nous situer sur la courbe représentée sur la Figure 3-64. On peut ainsi en déduire qu'autour de 1 MHz, à température ambiante, le PDMS a un comportement viscoélastique ($G' \approx G''$). Son module de cisaillement reste donc de l'ordre du MPa. En revanche, les pertes visqueuses ne sont pas négligeables.

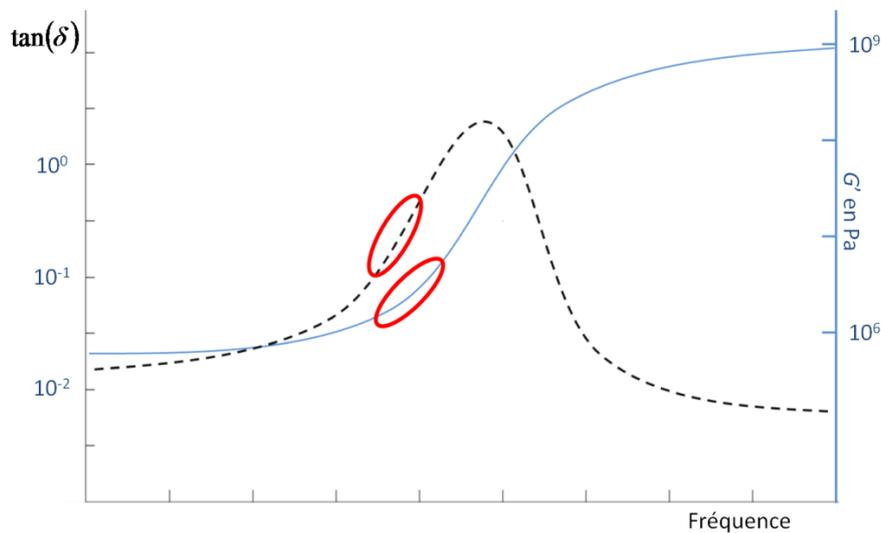


Figure 3-64 : Allure du module de G' et du module de perte δ du PDMS en fonction de la fréquence.

Conclusion

L'objectif que nous nous étions fixés était de répondre à la question suivante : comment peut-on exploiter la complexité d'un milieu pour « faire faire à une onde ce que l'on veut » ?

Dans cette thèse, nous avons présenté plusieurs méthodes originales permettant de focaliser, guider, filtrer ou absorber une onde ultrasonore.

Dans les deux premiers chapitres, nous avons montré que le désordre peut aider à focaliser ou à guider une onde. Plus précisément, nous avons rappelé que la complexité du milieu permet de focaliser par retournement temporel avec une résolution spatiale meilleure que celle obtenue en milieu homogène. Nous avons ensuite introduit la technique de focalisation par contrôle de front d'onde fondée sur une mesure de l'énergie au point focal. Nous avons comparé cette méthode à la méthode de focalisation par retournement temporel. En régime monochromatique, nous avons montré, théoriquement et expérimentalement, que ces deux méthodes réalisent toutes deux un filtre adapté spatial et conduisent donc à des performances identiques. Tout du moins lorsque la phase et l'amplitude sont toutes deux optimisées, ce qui reste une tâche difficile dans les expériences de contrôle de front d'onde en optique. En revanche, contrairement au retournement temporel, elle ne permet pas de focaliser une impulsion ultrasonore.

En exploitant le régime de localisation transverse, nous avons montré, dans le second chapitre, que le désordre pouvait permettre de guider une onde tout en limitant sa dispersion temporelle.

Dans le troisième chapitre, consacré à l'étude de la propagation ultrasonore dans des milieux constitués de bulles d'air, nous n'avons pas mis à proprement parler le désordre à profit. Toutefois, nous avons mis en évidence le fait qu'une répartition désordonnée des diffuseurs dans un plan, ne gêne en rien la propriété de filtrage de ces matériaux. En effet, nous avons montré que de tels milieux (ordonnés ou désordonnés), que nous pouvons qualifier de métamatériaux acoustiques, présentent une bande interdite pour une fréquence proche de la fréquence de résonance des bulles. A cette fréquence, la longueur d'onde est 50 fois supérieure au rayon des diffuseurs ! Ces matériaux semblent ainsi être tout indiqués pour répondre au problème de « pollution sonore ». Une des perspectives de ce travail est de

transposer ces résultats dans le régime de l'audible pour vérifier l'efficacité de ce type de matériau.

Par ailleurs, à partir de ces métamatériaux, nous avons réalisé les premiers cristaux phononiques de bulles tridimensionnels. Nous les avons conçus de manière à obtenir des bandes interdites qui exploitent à la fois les résonances des bulles et leur répartition périodique. Ainsi, nous avons montré qu'il est possible, en modifiant le pas du réseau, de dissocier les deux effets (existence de minima de transmission de nature différente), de les faire coïncider (accentuation d'un minimum de transmission) ou au contraire de les opposer (sur-transmission au sein d'un minimum de transmission). En outre, la possibilité de réaliser ces milieux en faisant varier de nombreux paramètres peut ouvrir la voie à une meilleure compréhension de la nature des bandes interdites dans des milieux contenant des diffuseurs résonants, en acoustique mais aussi pour les autres ondes classiques et en physique atomique.

Enfin, nous avons étudié le comportement d'un métamatériau original : un « radeau de bulles ». Nous avons montré qu'un tel milieu se comporte comme un absorbant sélectif à l'interface air-eau. Et qu'il pourrait se comporter comme un dioptré sélectif à l'interface air-eau.

La propagation des ondes dans les milieux complexes est un sujet plus vivant que jamais, qu'il s'agisse de toujours mieux comprendre des phénomènes tels que la localisation d'Anderson ou bien qu'il s'agisse de concevoir de nouveaux instruments pour imager ces milieux, y détecter un objet ou y communiquer de l'information. Nous espérons avoir apporté une contribution utile à ce sujet, d'une part en illustrant comment le désordre du milieu de propagation peut être mis à profit pour focaliser ou guider une onde, et d'autre part en montrant comment le couplage de diffuseurs résonants peut être utilisé pour filtrer une onde quand bien même lesdits diffuseurs sont répartis de façon aléatoire. En particulier, nous pensons qu'au delà des applications possibles au filtrage acoustique, les matériaux que nous avons conçus sont intéressants pour clarifier les rôles respectifs de l'hybridation des résonances et des effets de réseau dans leurs propriétés de transmission, sujet qui fait aujourd'hui l'objet de nombreux débats en physique des ondes.

Bibliographie

- [1] M. Fink, "Time reversal of ultrasonics fields-PartI : Basic Principles," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, vol. 39, pp. 555-566, 1992.
- [2] M. Fink, "Time reversed acoustics," *Physics Today*, vol. 50, p. 34, 1997.
- [3] M. Fink, et al., "Time-reversed acoustics," *Reports on Progress in Physics*, vol. 63, no. 12, 2000.
- [4] A. Derode, P. Roux, and M. Fink, "Robust Acoustic Time Reversal with High-Order Multiple Scattering," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, pp. 4206-4209, 1995.
- [5] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, and M. Fink, "Focusing Beyond the Diffraction Limit with Far-Field Time Reversal," *Science*, vol. 315, no. 5815, pp. 1120-1122, 2007.
- [6] A. Derode, A. Tourin, and F. Mathias, "Random Multiple scattering of ultrasound. II. Is time reversal a self-averaging process?," *Phys. Rev. E*, vol. 64, p. 036606(13), 2001.
- [7] I. M. Vellekoop and A. P. Mosk, "Focusing coherent light through opaque strongly scattering media," *Optics Letters*, vol. 32, no. 16, pp. 2309-2311, 2007.
- [8] M. Pernot, M. Fink, M. Tanter, G. A. J.-F. Montaldo, and R. Sinkus, "Method for optimising wave focalisation through an aberration insertion member," Patent 113940, 2008.
- [9] I. M. Vellekoop, E. G. van Putten, A. Lagendijk, and A. P. Mosk, "Demixing light paths inside disordered metamaterials," *Optics express*, vol. 16, no. 1, pp. 68-80, 2008.
- [10] I. M. Vellekoop and C. M. Aegerter, "Scattered light fluorescence microscopy : imaging through turbid layers," *Optics Letters*, vol. 35, no. 8, pp. 1245-1247, 2010.
- [11] T. Cizmar, L. C. D. Romero, K. Dholokia, and D. L. Andrews, "Multiple optical trapping and binding : new routes to self-assembly," *J. Phys. B*, vol. 43, pp. 25389-25402.
- [12] M. Cui and C. Yang, "Implementation of a digital optical phase conjugation system and its application to study the robustness of turbidity suppression by phase conjugation," *Optics Express*, vol. 18, pp. 3444-3455, 2010.
- [13] D. Cassereau and M. Fink, "Time reversal of ultrasonic fields. III. Theory of the closed time-reversal cavity," *IEEE Trans. Ultra. Ferr. Freq. Cont.*, vol. 39, no. 5, pp. 579-592, 1992.

- [14] A. Derode, "La cohérence des ondes ultrasonores en milieu hétérogène," Université Paris 7- Denis Diderot Thèse de doctorat, 1994.
- [15] A. Tourin, F. Van Der Biest, and M. Fink, "Time reversal of ultrasound through a phononic crystal," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 104301(4), 2006.
- [16] M. W. Urban, M. Bernal, and J. F. Greenleaf, "Phase aberration correction using ultrasound radiation force and vibrometry optimization," *IEEE. Trans. Ultra. Ferr. Freq. Cont.*, vol. 54, no. 6, pp. 1142-1153, 2007.
- [17] E. Herbert, M. Pernot, G. Montaldo, M. Fink, and M. Tanter, "Energy-based adaptative focusing of waves : application to non-invasive aberration correction of ultrasonic wavefields," *IEEE Trans. Ultra. Ferr. Freq. Cont.* , vol. 56, no. 11, 2009.
- [18] S. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, A. C. Boccara, and S. Gigan, "Measuring the transmission matrix in optics : an approach to the study and control of light propagation in disordered media," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, no. 10, p. 100601(4), 2010.
- [19] J. W. Goodman, *Statistical Optics*, Wiley ed. 2000.
- [20] J. Aulbach, B. Gjonaj, P. M. Johnson, A. P. Mosk, and A. Lagendijk, "Control of light transmission through opaque scattering media in space and time," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 106, p. 103901(4), 2011.
- [21] H. De Raedt, A. Lagendijk, and P. de Vries, "Tansverse Localization of Light," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 62, no. 1, pp. 47-50, 1989.
- [22] P. W. Anderson, "Absence of diffusion in certain random lattices," *Phys. Rev.*, vol. 109, pp. 1492-1505, 1958.
- [23] A. Lagendijk, B. A. Van Tiggelen, and D. S. Wiersma, "Fifty years of Anderson localization," *Physics Today*, vol. 62, no. 8, p. 24, 2009.
- [24] B. A. Van Tiggelen, "Localization of waves," in *Diffusive waves in complex media*, J. P. Fouque, Ed. Kluwer, 1998, pp. 1-63.
- [25] D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, and R. Righini, "Localization of light in a disordered medium," *Nature*, vol. 390, pp. 671-673, 1997.
- [26] F. Scheffold, R. Lenke, R. Tweer, and G. Maret, "Localization or classical diffusion of light," *Nature*, vol. 398, p. 206, 1999.
- [27] M. P. van Albada and A. Lagendijk, "Observation of weak localization of light in a random medium," *Phys. Rev.Lett*, vol. 55, p. 2692, 1985.

- [28] P. E. Wolf and G. Maret, "Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 55, p. 2696, 1985.
- [29] F. Scheffold and G. Maret, "Universal conductance fluctuations of light," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, p. 5800, 1998.
- [30] J. T. Edwards and D. J. Thouless, "Numerical studies of localization in disordered systems," *J. Phys. C*, vol. 5, p. 807, 1972.
- [31] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and Ramakrishnan, "Scaling theory of localization : absence of quantum diffusion in two dimensions," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 42, p. 673, 1979.
- [32] M. Störzer, P. Gross, C. M. Aegerter, and G. Maret, "Observation of the critical regime near Anderson localization of light," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 063904, 2006.
- [33] H. Hu, A. Strybulevych, J. H. Page, S. E. Skipetrov, and B. A. Van Tiggelen, "Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network," *Nature Physics*, vol. 4, p. 945, 2008.
- [34] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, and M. Segev, "Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices," *Nature*, vol. 446, p. 52, 2007.
- [35] P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, "Disordered electronic systems," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 57, pp. 287-337, 1985.
- [36] M. Minnaert, "Air-bubbles and sounds of running water," *Phil. Mag.*, vol. 16, pp. 235-248, 1933.
- [37] M. ., P. R. S. Kafesaki and E. N. Economou, "Air bubbles in water : A strongly multiple scattering medium for acoustic waves," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, no. 26, pp. 6050-6053, 2000.
- [38] Z. Ye and A. Alvarez, "Acoustic localization in bubbly liquid media," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 80, no. 16, pp. 3503-3506, 1998.
- [39] Z. Ye and H. Hsu, "Phase transition and acoustic localization in arrays of air bubbles in water," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 79, no. 11, pp. 1724-1726, 2001.
- [40] C. H. Kuo, K. K. H. Wang, and Z. Ye, "Fluctuations and localization of acoustic waves in bubbly water," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 83, no. 20, 2003.
- [41] Z. Yang, H. M. Dai, N. H. Chan, G. C. Ma, and P. Sheng, "Acoustic metamaterial panels for sound attenuation in the 50-1000 Hz regime," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 96, p. 041906,

2010.

- [42] V. Leroy, et al., "Design and characterization of bubble phononic crystals," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 95, p. 171904, 2009.
- [43] P. G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré, *Gouttes, bulles, perles et ondes*, Belin, Ed..
- [44] I. Cantat, S. Cohen-Addad, F. Elias, and F. Graner, *Les mousses : Structure et dynamique*, Belin, Ed. 2010.
- [45] C. Devin, "Survey of thermal, radiation and viscous damping of pulsating air bubbles in water," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 31, no. 12, pp. 1654-1667, 1959.
- [46] T. Leighton, *The acoustic bubble*. Academic Press, 1994.
- [47] V. N. Alekseev and S. A. Rybak, "Gas bubble oscillations in elastic media," *Acoust. Phys.*, vol. 45, no. 5, pp. 535-540, 1998.
- [48] M. S. Kushwaha, B. Djafari-Rouhani, and L. Dobrzynski, "Sound isolation from cubic arrays of air bubbles in water," *Phys. Lett. A.*, vol. 248, pp. 252-256, 1998.
- [49] Z. Ye and L. Ding, "Acoustic dispersion and attenuation relations in bubbly mixture," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 98, no. 3, pp. 1629-1635, 1995.
- [50] E. Yablonovitch, "Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, no. 20, pp. 2059-2062, 1979.
- [51] S. John, "Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, no. 23, pp. 2486-2489, 1987.
- [52] E. Yablonovitch, T. J. Gmitter, and K. M. Leung, "Photonic band structure : The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, no. 17, pp. 2295-2298, 1991.
- [53] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, "Acoustic band structure of periodic elastic composites," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, no. 13, pp. 2022-2025, 1993.
- [54] M. S. Kushwaha, "Stop bands for periodic metallic rods : Sculptures that can filter the noise," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 70, no. 24, pp. 3218-3220, 1997.
- [55] J. D. Achenbach and M. Kitahara, "Harmonic waves in a solid with a periodic distribution of spherical cavities," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 81, no. 3, pp. 595-598, 1987.
- [56] L. P. Solie, "Surface acoustic wave reflective dot array (RDA)," *Appl. Phys. Lett.*, vol.

- 28, no. 8, pp. 420-422, 1976.
- [57] V. Narayanamurti, H. L. Stormer, M. A. Chin, A. C. Gossard, and W. Wiegmann, "Selective transmission of high-frequency phonons by a superlattice : The "dielectric" phonon filter," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 43, no. 27, pp. 2012-2016, 1979.
- [58] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, J. W. a. Sons, Ed. New York, 1996.
- [59] E. N. Economou and M. M. Sigalas, "Classical wave propagation in periodic structures : Cermet versus network topology," *Phys. Rev. B*, vol. 48, no. 18, pp. 11434-13438, 1993.
- [60] E. N. Economou and M. M. Sigalas, "Stop bands for elastic waves in periodic composite materials," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 95, no. 4, pp. 1734-1740, 1994.
- [61] M. S. Kushwaha, P. Halevi, G. Martinez, L. Dobrzynski, and Djafari-Rouhani, "Theory of acoustic bans structure of periodic elastic composites," *Phys. Rev. B*, vol. 49, no. 4, pp. 2313-2322, 1994.
- [62] J. O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, M. S. Kushwaha, and P. Halevi, "Complete acoustic band gaps in periodic fibre reinforced composite materials : the carbon/epoxy composite and some metallic systems," *Journal of Physics : Condensed Matter*, vol. 6, no. 42, pp. 8759-8770, 1994.
- [63] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, "Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 84, no. 22, 2004.
- [64] S. Yang, et al., "Focusing of sound in a 3D phononic crystal," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, no. 2, p. 024301, 2004.
- [65] F. Van Der Biest, et al., "Resonant tunneling of acoustic waves through a double barrier consisting of two phononic crystals," *Europhysics Letters*, vol. 71, no. 1, pp. 63-69, 2005.
- [66] A. -C. ., V. J. O. Hladky-Hennion, B. Dubus, B. Djafari-Rouhani, D. Ekeom, and B. Morvan, "Numerical analysis of negative refraction of transverse waves in an elastic material," *J. Appl. Phys.* , vol. 104, p. 064906, 2008.
- [67] A. Sukhovich, L. Jing, and J. H. Page, "Negative refraction and focusing ultrasound in two-dimensional phononic crystals," *Phys. rev. B*, vol. 77, no. 1, p. 014301(9), 2008.
- [68] A. Sukhovich, et al., "Experimental and theoritical evidence for subwavelength imaging in phononic crystals," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, no. 15, p. 154301, 2009.

- [69] J. A. Turner, M. E. Chambers, and R. L. Weaver, "Ultrasonic band gaps in aggregates of sintered aluminium beads," *Acustica*, vol. 84, pp. 628-631, 1998.
- [70] Z. Liu, et al., "Locally resonant sonic materials," *Science*, vol. 289, no. 5485, pp. 1734-1736, 2000.
- [71] Z. Yang, J. Mei, M. C. N. H. Yang, and P. Sheng, "Membrane-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 204301, 2008.
- [72] T. Still, et al., "Simultaneous occurrence of structure-directed and particle-resonance-induced phononic gaps in colloidal films," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, p. 194301, 2008.
- [73] R. Sainidou, N. Stefanou, I. Psarobas, and A. Modinos, "A layer-multiple-scattering method for phononic crystals and heterostructures of such," *Comput. Phys. Commun.*, vol. 166, pp. 197-240.
- [74] F. Van Der Biest, "Diffusion multiple et renversement du temps ultrasonore dans des milieux périodiques et désordonnés," Université Paris 7 - Denis Diderot Thèse de doctorat, 2005.
- [75] V. Leroy, A. Strybulevych, M. G. Scanlon, and J. H. Page, "Transmission of ultrasound through a single layer of bubbles," *Eur. Phys. J. E.*, vol. 29, pp. 123-130, 2009.
- [76] E. J. S. Lee and J. H. Page, "Observation of bragg and hybridization gaps in 2D phononic crystals," *Proceedings of Symposium on Ultrasonic Electronics*, pp. 461-462, 2009.
- [77] E. L. Thomas, "Applied physics : Bubbly but quiet," *Nature*, vol. 462, pp. 990-991, 2009.
- [78] A. M. Gañan-Calvo and J. M. Gordillo, "Perfectly monodisperse microbubbling by capillary flow focusing," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, p. 274501, 2001.
- [79] M. S. Kushwaha and B. Djafari-Rouhani, "Complete acoustic stop bands for cubic arrays of spherical liquid balloons," *J. Appl. Phys.*, vol. 80, no. 6, 1996.
- [80] J. Gasparoux, "Etude rhéo-acoustique de gels polymères polydiméthylsiloxanes," Université Montpellier II Thèse de doctorat, 2007.

Résumé :

Cette thèse s'articule autour de la question suivante : comment la complexité d'un milieu peut elle être exploitée pour contrôler la propagation d'ondes ultrasonores ? Dans une première partie, les performances d'une nouvelle technique de focalisation (focalisation par contrôle de front d'ondes) sont comparées expérimentalement et théoriquement à celles de la focalisation par retournement temporel dans des milieux multidiffuseurs. Il est alors mis en évidence qu'à condition d'optimiser à la fois la phase et l'amplitude de l'onde nous pouvons réaliser parfaitement un filtre adapté avec une simple mesure de l'énergie au point focal. Dans une seconde partie, le régime de localisation transverse est exploité pour guider une onde tout en limitant sa dispersion temporelle. Le long d'une collection de diffuseurs cylindriques distribués aléatoirement dans le plan transverse, un faisceau ultrasonore est confiné sur un diamètre inférieur au diamètre de l'échantillon. La dernière partie est consacrée à la conception et à l'étude de la propagation ultrasonore dans des milieux contrôlés constitués de bulles d'air. Il est montré que les propriétés de ces milieux empruntent à la fois aux métamatériaux et aux cristaux phononiques. Ces nouveaux matériaux sont conçus de manière à obtenir des bandes interdites qui exploitent à la fois les résonances des bulles (« gap d'hybridation ») et leur répartition périodique (« gap de Bragg »). Au-delà de leurs applications possibles au filtrage acoustique, ces résultats sont intéressants pour clarifier les rôles respectifs de l'hybridation des résonances et des effets de réseau dans les propriétés des matériaux contenant des diffuseurs résonants.

Abstract :

This manuscript is devoted to answer the following question: how can the complexity of a medium be exploited for controlling the propagation of acoustic waves? The first part of the thesis is aimed at comparing the performances of a recent focusing technique (wave front shaping focusing) to these of time reversal focusing through multiple scattering media. It is highlighted that optimizing the amplitude and phase of acoustic waves using energy measurements at the focal point is sufficient to realize a spatial matched filter. In a second part, the transverse localization regime is exploited to guide a wave while its temporal dispersion is mitigated. We show that an ultrasonic beam propagating along an array of scattering rods, the latter being randomly distributed in the transverse plane, remains confined into a cylinder whose diameter is smaller than of the sample. The last part is devoted to the realization and the characterization of controlled arrangements of air bubbles in fluid or solid matrix. It is shown that the properties of these media can be explained by both the concept of metamaterials and the concept of phononic crystals. These new materials are designed to obtain band gaps due to both bubbles resonances ("hybridization gap") and ordered distribution ("Bragg gap"). Beyond possible applications such as acoustic filters, these materials are of interest to clarify the role of resonance hybridizations and lattice effects in the properties of locally resonant crystals.